

整式 $2x^2 + x + 9xy + 2xy^2 - 4y^4 + 5y^2 - 1$ を因数分解すると

$(2x + ay^2 + by + c)(x + dy^2 + ey + f)$ となる。このとき、 $a + b + c + d + e + f$ はいくらか。
ここで、 a, b, c, d, e, f は実数である。

(19 防衛医大)

解説

$$\begin{aligned} & 2x^2 + x + 9xy + 2xy^2 - 4y^4 + 5y^2 - 1 \\ &= 2x^2 + (2y^2 + 9y + 1)x - (4y^4 - 5y^2 + 1) \\ &= 2x^2 + (2y^2 + 9y + 1)x - (y^2 - 1)(4y^2 - 1) \\ &= 2x^2 + (2y^2 + 9y + 1)x - (y + 1)(y - 1)(2y + 1)(2y - 1) \\ &= \{2x - (y - 1)(2y - 1)\} \{x + (y + 1)(2y + 1)\} \\ &= (2x - 2y^2 + 3y - 1)(x + 2y^2 + 3y + 1) \end{aligned}$$

よって

$$a = -2, b = 3, c = -1, d = 2, e = 3, f = 1$$

したがって

$$a + b + c + d + e + f = 6$$