

(1)  $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$  を因数分解すると  である。

(2) 多項式  $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2$  を因数分解せよ。

((1) 18 京都産業大 (2) 11 横浜市立大)

解説

$$(1) a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$$

$$= (c - b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc^2 - b^2c$$

$$= (c - b)a^2 - (c + b)(c - b)a + bc(c - b)$$

$$= (c - b)\{a^2 - (c + b)a + bc\}$$

$$= (c - b)(a - b)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$(2) a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2$$

$$= a^4 - 2(b^2 + c^2)a^2 + b^4 - 2b^2c^2 + c^4$$

$$= a^4 - 2(b^2 + c^2)a^2 + (b^2 - c^2)^2$$

$$= a^4 - 2(b^2 + c^2)a^2 + \{(b + c)(b - c)\}^2$$

$$= a^4 - \{(b + c)^2 + (b - c)^2\}a^2 + (b + c)^2(b - c)^2$$

$$= \{a^2 - (b + c)^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$$

$$= \{a + (b + c)\}\{a - (b + c)\}\{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\}$$

$$= (a + b + c)(a - b - c)(a + b - c)(a - b + c)$$