$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$ を因数分解せよ。

(89　流通経済大)

解説

$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

$=(a-b)^3+(b-c)^3-(a-c)^3$

$A=a-b, B=b-c$ とおくと，　$a-c=A+B$ より

$=A^3+B^3-(A+B)^3$

$=-3AB(A+B)$

$=-3(a-b)(b-c)(a-c)$

$=3(a-b)(b-c)(c-a)$

別解

$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

$A=a-b, B=b-c, C=c-a$ とおくと，　$A+B+C=0$

$A^3+B^3+C^3-3ABC=(A+B+C)(A^2+B^2+C^2-AB-BC-CA)$ より

$A^3+B^3+C^3=3ABC$

$=3(a-b)(b-c)(c-a)$