(1) $(x^3-2x^2+3x+2)(x^2+4x+3)$ の x^2 の係数は $\boxed{}$ である．

(2) $(4x^3-3x^2+2x-1)\left(\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{3}{x}+1\right)$ を展開したとき，定数項を求めよ。

(3) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は $\boxed{}$ である。

(4) $(x+y+z)(-x+y+z)(x-y+z)(x+y-z)$ を展開したとき，y^2z^2 の係数と x^2yz の係数の和を求めよ．

((1) 1996　防衛大　(2) 2012　佛教大　(3) 2015　立教大　(4) 2001　防衛大)

解説

(1) x^2 の項になる部分だけ取り出して考えて

$$-2x^2\times3+3x\times4x+2\times x^2$$

よって，x^2 の係数は

$$-2\times3+3\times4+2\times1=8$$

(2) 定数項になる部分だけ取り出して考えて

$$4x^3\cdot\frac{1}{x^3}+(-3x^2)\cdot\frac{2}{x^2}+2x\cdot\left(-\frac{3}{x}\right)+(-1)\cdot1$$

$$=4-6-6-1=-9$$

(3) 展開したときの xyz の項は，x, y, z を含む項をそれぞれ 1 つずつ掛けたときに現れるから

$$2x\cdot2y\cdot2z+2x\cdot3z\cdot y+3y\cdot x\cdot2z+3y\cdot3z\cdot3x+z\cdot x\cdot y+z\cdot2y\cdot3x$$

よって，xyz の係数は

$$8+6+6+27+1+6=54$$

(4) 組合せで考えると面倒なので，計算する

$$(x+y+z)(-x+y+z)(x-y+z)(x+y-z)$$

$$=\{(y+z)^2-x^2\}\{x^2-(y-z)^2\}$$

$$=-x^4+\{(y+z)^2+(y-z)^2\}x^2-(y+z)^2(y-z)^2$$

$$=-x^4+2(y^2+z^2)x^2-(y^2-z^2)^2$$

$$=-x^4+2y^2x^2+2z^2x^2-y^4+2y^2z^2-z^4$$

よって，y^2z^2 の係数と x^2yz の係数の和は $2+0=2$