

n を 2 以上の自然数とする。 n 個の数 $1, 2, \dots, n$ のうち異なる 2 つの数の積の総和を求めよ。ただし、 $a \times b$ と $b \times a$ は同じものとする。

(15 愛媛大)

解説

同様に考えて、求める和は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \{ (1+2+3+\cdots+n)^2 - (1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2) \} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 - \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \right\} \\ &= \frac{1}{24}n(n+1)\{3n(n+1)-2(2n+1)\} \\ &= \frac{1}{24}n(n+1)(3n^2-n-2) \\ &= \frac{1}{24}(n-1)n(n+1)(3n+2) \end{aligned}$$