

n を 2 以上の自然数とする。 n 個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 少なくとも 1 個は 1 の目が出る確率
- (2) 出る目の最小値が 2 である確率
- (3) 出る目の最小値が 2 かつ最大値が 5 である確率

(07 滋賀大)

解説

- (1) 少なくとも 1 個は 1 の目が出る $= 1 - 1$ つも 1 の目が出ない

$$= 1 - \frac{5^n}{6^n}$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

- (2) 出る目の最小値が 2 となるのは、

n 個のさいころがすべて 2 以上かつ少なくとも 1 つは 2 が出るということであるから

A : n 個のさいころがすべて 2 以上

B : 少なくとも 1 つは 2 が出る という事象とすると

求める確率は $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{5^n - 4^n}{6^n}$$

- (3) 最小値が 2 で最大値が 5 であるのは

n 個のさいころがすべて 2 以上 5 以下かつ 2 と 5 が少なくとも 1 つずつは出る

C : n 個のサイコロがすべて 2 以上 5 以下

D : 2 と 5 が少なくとも 1 つずつ出る という事象とする

(2 が少なくとも 1 つ出てかつ 5 が少なくとも 1 つ出る)

求める確率は $P(C \cap D)$

$$P(C \cap D) = P(C) - P(C \cap \overline{D})$$

ここで、 $C \cap \overline{D}$ という集合について考えると、

n 個のサイコロがすべて 2 以上 5 以下かつ

2 が 1 つも出ないまたは 5 が 1 つも出ない

→ すべて 3, 4, 5 またはすべて 2, 3, 4

よって

$$P(C \cap D) = \frac{4^n - (2 \cdot 3^n - 2^n)}{6^n} = \frac{4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n}{6^n}$$

