

4個のサイコロを同時に投げるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 4個のサイコロすべてが4以下の目が出る確率を求めよ。
- (2) 4個のサイコロの出た目の最大値が4である確率を求めよ。
- (3) 4個のサイコロの出た目の最大値が4で最小値が2である確率を求めよ。

(奈良教育大)

(解説)

$$(1) \frac{4^n}{6^n} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

(2) 出た目の最大値が4となるのは、

4個のサイコロがすべて4以下かつ少なくとも1つは4が出るということであるから

$A$  : 4個のサイコロがすべて4以下

$B$  : 少なくとも1つは4が出る という事象とすると

求める確率は  $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{4^4 - 3^4}{6^4} = \frac{175}{1296}$$

(3) 出た目の最大値が4で最小値が2であるのは

4個のサイコロがすべて2以上4以下かつ2と4が少なくとも1つずつは出る

$C$  : 4個のサイコロがすべて2以上4以下

$D$  : 2と4が少なくとも1つずつ出る という事象とする

(2が少なくとも1つ出てかつ4が少なくとも1つ出る)

求める確率は  $P(C \cap D)$

$$P(C \cap D) = P(C) - P(C \cap \overline{D})$$

ここで、 $C \cap \overline{D}$  という集合について考えると、

4個のサイコロがすべて2以上4以下かつ

2が1つも出ないまたは4が1つも出ない

→すべて3か4またはすべて2か3

よって

$$P(C \cap \overline{D}) = \frac{3^4 - (2 \cdot 2^4 - 1)}{6^4} = \frac{50}{1296} = \frac{25}{648}$$

別解] 出た目を重複順列と考えて

最大値が4で最小値が2となるには

$$3^4 - 2 \cdot (2^4 - 2) - 3 = 50 \text{通り}$$

すべてが2, 3, 4から、(2, 3)のみ、(3, 4)のみと2のみ、3のみ、4のみを除く

より、求めたい確率が求まります。

