

$n$  を 2 以上の自然数とする。 $n$  個のさいころを同時に投げて、出た目の最大値を  $X$ 、最小値を  $Y$  とする。 $n=3$  のとき、 $X=3$  かつ  $Y=2$  となる確率は  $\frac{1}{\square}$  である。

一般の  $n$  に対し、 $X-Y=1$  となる確率を  $n$  を用いて表すと  $\frac{1}{\square}$  である。

(11 東京慈恵会医大)

(解説)

(ア)  $X=3$  かつ  $Y=2$  となるのは、

$2^3 - 2$  通り (すべて 2 か 3 —すべて 2, すべて 3)

よって

$$\frac{2^3 - 2}{6^3} = \frac{1}{36}$$

(イ)  $X-Y=1$  となる  $X, Y$  の組は

$(X, Y)=(6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1)$  の 5 組

よって

$$\frac{5 \cdot (2^n - 2)}{6^n} = 5 \cdot \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^n - 2 \cdot \left( \frac{1}{6} \right)^n \right]$$

注

最大値と最小値の差が小さいときは重複順列で考えた方がよいと思います。

具体的には、最大値と最小値の差が 1 や 2 のときは重複順列(2 種類や 3 種類の重複順列)で、それ以上になったら集合を使って考えた方が楽だと思います。