

n を 3 以上の整数とする。

- (1) さいころを n 回投げたとき、出た目の数がすべて 1 になる確率を求めよ。
- (2) さいころを n 回投げたとき、出た目の数が 1 と 2 の 2 種類になる確率を求めよ。
- (3) さいころを n 回投げたとき、出た目の数が 3 種類になる確率を求めよ。

(07 神戸大)

解説

$$(1) \frac{1^n}{6^n} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

(2) 出た目の数が 1 と 2 の 2 種類となるのは

$2^n - 2$ 通り (すべて 1 または 2 - すべて 1, すべて 2) (重複順列)

よって

$$\frac{2^n - 2}{6^n} = \left(\frac{1}{3}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

(3) 例えば, 1 と 2 と 3 の 3 種類のとき

$3^n - {}_3C_2 \cdot (2^n - 2) - 3$ 通り (重複順列)

$$= 3^n - 3 \cdot 2^n + 3$$

他にも 1, 2, 4 など, 3 つの数字の選び方 ${}_6C_3$ 通りだけ 3 種類になるものがあるので

$$\frac{{}_6C_3 \cdot (3^n - 3 \cdot 2^n + 3)}{6^n} = 20 \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^n \right\}$$