次の確率を求めよ。

(1)　さいころを 2 つ投げるとき，出る目の最小公倍数が 12 になる確率

(2)　さいころを 2 つ投げるとき，出る目の最小公倍数が 12 以上になる確率

(3)　さいころを 3 つ投げるとき，出る目の最小公倍数が 20 になる確率

(17　龍谷大)

解説

(1) 出る目の最小公倍数が 12 となるような 2 つの目の組合せは

$\{3,\ 4\}$，$\{4,\ 6\}$

で，これらそれぞれで並べ方を考えて

$$\frac{2!\times 2}{6^2}=\frac{1}{9}$$

(2) 出る目の最小公倍数が 12 以上となるような 2 つの目の組合せは

$\{3,\ 4\}$，$\{3,\ 5\}$，$\{4,\ 5\}$，$\{4,\ 6\}$，$\{5,\ 6\}$

で，これらそれぞれで並べ方を考えて

$$\frac{2!\times 5}{6^2}=\frac{5}{18}$$

(3) $20=2^2\cdot 5$ であるから，

出る目の最小公倍数が 20 となるような 3 つの目の組合せは

$\{1,\ 4,\ 5\}$，$\{2,\ 4,\ 5\}$，$\{4,\ 4,\ 5\}$，$\{4,\ 5,\ 5\}$

で，これらそれぞれで並べ方を考えて

$$\frac{3!\times 2+{}_3\mathrm{C}_1\times 2}{6^3}=\frac{18}{6^3}=\frac{1}{12}$$

別解

$20=2^2\cdot 5$ であるから，

3 つのさいころの目の最小公倍数が 20 となるためには

すべての目が 1, 2, 4, 5 のいずれかで，かつ， 4 と 5 を少なくとも 1 つずつは含めばよい

(すべての目が 2^m5^n ($m=0, 1, 2,\ n=0, 1$) すなわち，3 を素因数に含むような数を含んではならない。素因数分解を利用して最小公倍数を求める方法を思い出して下さい)。

A ：すべての目が 1, 2, 4, 5

B ：4 と 5 を少なくとも 1 つは含む　事象とする

(4 を少なくとも 1 つは含み，かつ， 5 を少なくとも 1 つは含む)

求める確率は $P(A\cap B)$

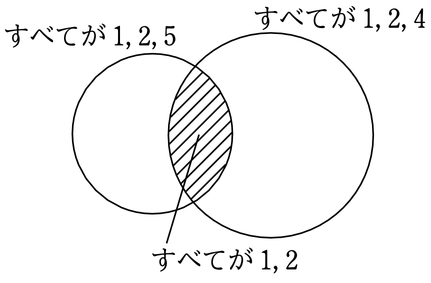
$$P(A\cap B)=P(A)-P(A\cap\overline{B})$$

ここで， $A\cap\overline{B}$ という集合は

すべてが 1, 2, 4, 5 のいずれかで，かつ，

4 を含まない，または， 5 を含まない

→すべてが 1, 2, 5 ，または，すべてが 1, 2, 4



$$P(A \cap B) = \frac{4^3 - (2 \cdot 3^3 - 2^3)}{6^3} = \frac{18}{216} = \frac{1}{12}$$