実数 a，b が $a>-1$，$b>-2$ であるとき，次の式の最小値を求めよ。

$$2b+\frac{2}{a+1}+\frac{2a+2}{b+2}$$

（06　釧路公立大）

解説

$$2b+\frac{2}{a+1}+\frac{2a+2}{b+2}=2\left(b+\frac{1}{a+1}+\frac{a+1}{b+2}\right)=2\left\{(b+2)+\frac{1}{a+1}+\frac{a+1}{b+2}-2\right\}$$

$a+1>0$，$b+2>0$ であるから，相加相乗平均より

$$\geqq 2\left(3\sqrt[3]{(b+2)\cdot\frac{1}{a+1}\cdot\frac{a+1}{b+2}}-2\right)=2(3\cdot 1-2)=2$$

等号成立は $b+2=\dfrac{1}{a+1}=\dfrac{a+1}{b+2}$，すなわち $a=0, b=-1$ のとき

このとき，最小値をとり

最小値 2