

$A, B, a, b, c, d$  を正の実数とする.

(1)  $\frac{A+B}{2} \geq \sqrt{AB}$  を証明せよ.

(2) (1)を利用して  $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$  を証明せよ.

(3)  $\frac{a+b+c}{3} = \frac{a+b+c+d}{4}$  を満たす  $d$  を考え、(2)を利用して  $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$  を証明せよ.