

- (1) 2つの正の数  $x_1$  と  $x_2$  について、その相加平均  $H_2$  と相乗平均  $G_2$  との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_2 \geq G_2 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \geq \sqrt{x_1 x_2}$$

- (2) 4つの正の数  $x_1, x_2, x_3, x_4$  について、その相加平均  $H_4$  と相乗平均  $G_4$  との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_4 \geq G_4 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \geq \sqrt[4]{x_1 x_2 x_3 x_4}$$

- (3) (2)において、 $x_4 = \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}$  とおくことにより、3つの正の数  $x_1, x_2, x_3$  について、その相加平均  $H_3$  と相乗平均  $G_3$  との間に、次の関係があることを証明せよ。

$$H_3 \geq G_3 \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \geq \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3}$$