高3数学β　2017スタンダード演習　37.積分法(2)

$\boxed{1}$ [2003 京都府立医科大]

円 C は点 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{1}{2}\right)$ $(a>0)$ を中心とし，x 軸に接しているものとする．円 C が曲線 $y=x^2$ と 1 点のみを共有する (すなわち，接する) ような a の値を求めよ．更に，この a に対して，円 C の外部で，x 軸と曲線 $y=x^2$ と円 C の円周とで囲まれた部分の面積を求めよ．

$\boxed{2}$ [1997 京都府立医科大]

2 つの不等式 $\sqrt{3}\,y \geqq x^2+2x,\ x^2+y^2 \leqq 4$ が定める図形の面積を求めよ．

$\boxed{3}$ [2017 岩手大]

放物線 C : $y=2x-x^2$ と直線 ℓ : $y=ax$ について，定数 a が $0<a<2$ の範囲にあるとき，次の問いに答えよ。

(1)　放物線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積を a を用いて表せ。

(2)　直線 ℓ が，放物線 C と x 軸とで囲まれた部分の面積を 2 等分するときの a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ [2011 愛媛大]

2 つの曲線 $y=x^2$，$y=-x^2+2x+1$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

$\boxed{5}$ [2007 お茶の水女子大]

(1)　$\alpha<\beta$ を満たす実数 α，β に対して，$\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ を示せ。

(2)　放物線 P を $y=-x^2+2x+4$ で定める。点 $(p,\ q)$ が直線 $y=-2x+1$ の上を動くとき，$y=(x-p)^2+q$ で定める放物線 Q が P と共有点をもつような p の範囲を求めよ。

(3)　p が (2) で求めた範囲を動くとき，P と Q で囲まれた図形の面積の最大値を求めよ。

$\boxed{6}$ [2012 佐賀大]

$a>0$ のとき，放物線 C : $y=x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における C の接線を ℓ_1 とし，P を通り ℓ_1 と垂直な直線を ℓ_2 とする。

(1)　直線 ℓ_2 と放物線 C との交点のうち，点 P と異なる方を Q とする。点 Q の座標を a の式で表せ。

(2)　放物線 C と直線 ℓ_2 とで囲まれた部分の面積を S とする。S を a の式で表せ。

(3)　(2) の S の最小値を求めよ。またそのときの a の値を求めよ。

$\boxed{7}$［2017 京都大］

曲線 $y=x^3-4x+1$ を C とする。直線 ℓ は C の接線であり，点 P(3, 0) を通るものとする。また，ℓ の傾きは負であるとする。このとき，C と ℓ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$\boxed{8}$［2013 早稲田大］

2 つの曲線 $y=x^3-x$ …… ① および $y=(x-a)^3-(x-a)$ …… ② がある。ただし，$a>0$ とする。

(1)　② が $x=x_1$ で極大値，$x=x_2$ で極小値をとり，$x=x_1$，x_2 における曲線 ② 上の点をそれぞれ A，B とするとき，直線 AB の方程式を求めよ。

(2)　曲線 ①，② が異なる 2 点で交わるとき，a の値の範囲を求めよ。

(3)　(2) のとき，曲線 ①，② の交点の x 座標を α，β $(\alpha<\beta)$ とする。$\beta-\alpha$ を a を用いて表せ。

(4)　(2) のとき，曲線 ①，② で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表せ。

$\boxed{9}$［1997 防衛大学校］

2 つの曲線 $y=x(x-1)^2$, $y=kx^2$ $(k>0)$ について

(1)　この 2 つの曲線は相異なる 3 点で交わることを示せ.

(2)　この 2 つの曲線で囲まれる 2 つの部分の面積が等しくなるような k の値を求めよ.