高3数学α　数学Ⅲスタ演　3.2次曲線(1)

$\boxed{1}$ [2003 防衛医科大学校]

座標平面上の2つの放物線 C_1，C_2 が次の条件を満たすとき，C_2 の準線の方程式を求めよ．

(A)　C_1 は直線 $y=-1$ を準線，原点Oを頂点とする．

(B)　C_2 は y 軸に平行な直線を準線，原点Oを頂点とする．

(C)　C_1，C_2 が交わる2点はどちらも直線 $y=-2x$ 上にある．

$\boxed{2}$ [1998 防衛医科大学校]

次の3条件を満たす楕円の短軸の長さを求めよ．c は正数である．

(A)　焦点は $(0, c), (0, -c)$ にある．

(B)　長軸の長さは $4c$ である．

(C)　$(3, 2)$ を通る．

$\boxed{3}$ [2001 防衛医科大学校]

次の条件を満たす双曲線の2焦点間の距離はいくらか．

(A)　2焦点は y 軸上にある．

(B)　$y=3x$，$y=-3x$ を漸近線とする．

(C)　2頂点間の距離は6である．

$\boxed{4}$ [1996 早稲田大]

座標平面上に，原点を中心とする半径3の円Aと，点 $(-1, 0)$ を中心とする半径1の円Bがある．円Aと内接し，円Bと外接する円の中心が描く軌跡を求めよ．

$\boxed{5}$ [1996 立命館大]

曲線 $3x^2+2\sqrt{3}\,xy+5y^2=1$ を原点を中心に左回り(反時計回り)に30°回転すると，

$^{ア}\boxed{}\,x^2+{}^{イ}\boxed{}\,xy+{}^{ウ}\boxed{}\,y^2=1$ に移り，もとの曲線は $^{エ}\boxed{}$ であることがわかる．

$\boxed{6}$［2017 広島大］

k を実数とし，楕円 $E: \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ と直線 $\ell: x-y=k$ を考える。

(1)　直線 ℓ が楕円 E に接するための k の条件を求めよ。

(2)　直線 ℓ と楕円 E が異なる 2 個の共有点をもつとき，k のとりうる値の範囲を求めよ。

(3)　k が (2) で求めた範囲を動くとき，直線 ℓ と楕円 E の 2 個の共有点の中点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{7}$［2012 静岡大］

双曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$ を H とし，H の $x>0$ の部分を H_1，H の $x<0$ の部分を H_2 とする。

また，ℓ を点 P(2，0) を通る傾き m の直線とする。

(1)　直線 ℓ が H と共有点を 2 個もつような m の範囲を求めよ。

(2)　直線 ℓ が H_1 と H_2 の両方と共有点をもつような m の範囲を求めよ。

(3)　直線 ℓ と H_1 の共有点を P_1 とし，ℓ と H_2 の共有点を P_2 とする。このとき，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の中点 M は，ある 2 次曲線 C の上を動く。C の方程式を求めよ。

(4)　(3) で求めた 2 次曲線 C の焦点の座標を求めよ。

$\boxed{8}$［1997 日本女子大］

連立不等式 $x^2+\dfrac{y^2}{3}\leqq 1,\ \dfrac{x^2}{3}+y^2\leqq 1$ を満足する部分の面積を求めよ.

$\boxed{9}$［2014 成蹊大］

楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ に内接する正方形の 1 辺の長さは $^{ア}\boxed{}$ である。また，この楕円に内接する長方形の面積の最大値は $^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{10}$［2004 職業能力開発総合大学校］

t をパラメータとし，$x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$，$y=\dfrac{6t}{1+t^2}$ とおく.

(1)　$t=\tan\dfrac{\theta}{2}$ のとき，x と y を θ の三角関数として簡単にせよ.

(2)　t が $-\infty$ から $+\infty$ へ動くとき，点 $(x,\ y)$ の軌跡を求め，図示せよ.

$\boxed{11}$［1999 福岡大］

双曲線 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 上の点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{4}{\cos\theta},\ 3\tan\theta\right)$ における接線の傾きを θ を用いて表すと $^{ア}\boxed{}$ となる．また，正の x 座標をもつこの双曲線の焦点を F とするとき，P における接線が原点 O と F を結ぶ線分 OF の中点を通るような $\cos\theta$ の値は $^{イ}\boxed{}$ である．

$\boxed{12}$［1998 東北学院大］

媒介変数 t で表された曲線 $\begin{cases} x=3\left(t+\dfrac{1}{t}\right)+1 \\ y=t-\dfrac{1}{t} \end{cases}$ は双曲線である．

(1)　この双曲線の中心の座標，頂点の座標，および漸近線の方程式を求めよ．

(2)　この曲線の概形を描け．

$\boxed{13}$［2000 静岡大］

楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 上の 2 点 P，Q が $\angle\mathrm{POQ}=90^\circ$ を満たしながら動くとき，次の問いに答えよ．ただし，O は原点である．

(1)　$\dfrac{1}{\mathrm{OP}^2}+\dfrac{1}{\mathrm{OQ}^2}$ の値は一定であることを示せ．

(2)　O から線分 PQ に下ろした垂線の足を R とする．線分 OR の長さは一定であることを示せ．

$\boxed{14}$［1997 信州大］

$a>0, b>0$ とする．双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上の点 $\mathrm{P}(p, q)$ における接線がこの双曲線の 2 本の漸近線と交わる点をそれぞれ Q, R とする．

(1)　点 P は線分 QR の中点であることを証明せよ．

(2)　O を原点とするとき，△OQR の面積を求めよ．