漸化式演習　2.基本型

$\boxed{1}$ [2017 津田塾大]

数列 $\{a_n\}$ を次の漸化式で定義する。

$$a_1=2,\quad 2a_{n+1}-3a_n+1=0\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ の小数部分を b_n とおく。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}$ を求めよ。

$\boxed{2}$ [九州工業大]

(1) $a_1=4,\ a_{n+1}=3a_n+2\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

(2) $b_1=1,\ b_{n+1}=3b_n+2n\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ.

(3) $c_1=1,\ c_{n+1}=\dfrac{2nc_n+3}{c_n}\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{c_n\}$ の一般項 c_n を求めよ.

$\boxed{3}$ [1996 関西大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3,\ a_{n+1}=2a_n-n^2+n\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義されている．数列 $\{a_n-f(n)\}$ が公比 2 の等比数列になるように n の 2 次式 $f(n)$ を定め，a_n を n で表せ．

$\boxed{4}$ [1998 名城大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=-1000,\ a_{n+1}=2a_n+2^{2n}\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義されているとき，一般項 a_n と，a_n を最小にする n の値を求めよ．

$\boxed{5}$ [名古屋大]

数列 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, \cdots\cdots$ が，$x_{n+1}=2x_n+\dfrac{1}{2^n}\ (n=1, 2, \cdots\cdots)$ を満たすとき，この数列の一般項を求めよ．

$\boxed{6}$ [神戸大]

数列 $\{a_k\}\ (k=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ が $a_1=8,\ 9^{a_{k+1}}=27\cdot 3^{a_k}$ を満たしている．

(1) 一般項 a_k を k を用いて表せ．

(2) 数列 $\{a_k\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ．

漸化式演習　2.基本型

$\boxed{7}$［2001 防衛大学校］

数列$\{a_n\}$を$a_1=1$，$a_{n+1}=2^{2n-2}(a_n)^2$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$により定める．

(1)　$b_n=\log_2 a_n$とする．b_{n+1}をb_nで表せ．

(2)　数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ．

(3)　$a_n>2001$となる最小の整数nを求めよ．ただし，$2^{10}=1024$である．

$\boxed{8}$［1998 関西大］

数列$\{b_n\}$が $b_1=1$ と漸化式 $b_{n+1}=5\sqrt{b_n}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$で定義されているとき，
一般項b_nをnの式で表せ．

$\boxed{9}$［上智大］

数列$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$の項の間には，

$$x_1=1,\ x_2=\sqrt[4]{x_1 a},\ x_3=\sqrt[4]{x_2 a},\ \cdots\cdots,\ x_n=\sqrt[4]{x_{n-1}a}\ \ (a>0)$$

の関係がある．＄x_n＄を＄a＄と＄n＄で表せ．

$\boxed{10}$［2010 室蘭工業大］

数列$\{a_n\}$は

$$a_1=\frac{1}{3},\ (1-a_{n+1})(1+2a_n)=1\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとする。

(1)　すべての正の整数nに対して$a_n\geqq\dfrac{1}{3}$であることを，数学的帰納法によって証明せよ。

(2)　$b_n=\dfrac{1}{a_n}$とおくとき，b_{n+1}をb_nを用いて表せ。

(3)　数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$\boxed{11}$［福岡教育大］

次の条件によって定められる数列$\{a_n\}$がある．

$$a_1=1,\ a_n=\frac{a_{n-1}}{(4n+3)a_{n-1}+5}\ (n=2, 3, 4, \cdots\cdots)$$

(1) $b_n=\dfrac{1}{a_n}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$とおくとき，数列$\{b_n\}$の漸化式を求めよ．

(2) (1)のb_nを用いて$c_n=b_{n+1}-b_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$とおくとき，数列$\{c_n\}$の一般項を求めよ．

(3) 数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ．