

高3数学Ⅱ 数学Ⅲスタ演 1.複素数と計算

1 [2001 職業能力開発総合大学校]

$z^2 + z + 3 = 0$ のとき, $|z| = \boxed{}$

2 [1999 工学院大]

複素数 z の方程式 $z^2 + z + k = 0$ が絶対値 1 の解をもつような実数 k の値を求めよ.

3 [2003 高知大]

$\alpha + \beta = \alpha\beta$, $|\alpha| = |\beta| = 1$ を満たす複素数 α , β の組をすべて求めよ.

4 [2001 東北学院大]

複素数 α , β が $|\alpha| = |\beta| = |\alpha - \beta| = 2$ を満たしているとき, 次の式の値を求めよ.

- (1) $|\alpha + \beta|$
- (2) $\frac{\alpha^3}{\beta^3}$
- (3) $|\alpha^2 + \beta^2|$

5 [1998 琉球大]

複素数 α が $|\alpha| = 1$ を満たすとき, $|\alpha - (1 + i)| = |1 - \overline{\alpha}(1 + i)|$ が成り立つことを示せ.
ただし, $\overline{\alpha}$ は α と共役な複素数を表す.

6 [2000 関西大]

複素数 z は絶対値が 1 で, $z^3 - z$ は実数である. このような z は全部で $\boxed{}$ 個
あって, それらは $\boxed{}$ である.

7 [1996 学習院大]

α, β を実数でない 2 つの複素数とすると, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ がともに実数ならば $\beta = \overline{\alpha}$ であることを証明せよ.

高3数学α 数学Ⅲスタ演 1.複素数と計算

8 [2015 名城大]

z を虚数とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $z + \frac{1}{z}$ が実数となるとき、 z の絶対値 $|z|$ を求めよ。

(2) $z + \frac{1}{z}$ が整数となる z をすべて求めよ。

9 [1999 大阪工業大]

複素数 $\frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ の絶対値と偏角 θ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

10 [2016 佐賀大]

0 でない複素数 z の極形式を $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とするとき、次の複素数を極形式で表せ。

ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とし、また z と共役な複素数を \overline{z} で表す。

(1) $-\overline{z}$ (2) $\frac{1}{z^2}$ (3) $z - |z|$

11 [2003 岐阜薬科大]

複素数 z の方程式 $z^3 = 4\sqrt{2}(-1+i)$ がある。方程式を満たす 1 つの解を $z_1 = a + bi$

($a \geq 0, b \geq 0$) とする。 a, b を求めよ。他の 2 つの解を z_1 で表せ。

3 つの解を複素数平面上に点として表示し、これらの点を頂点とする三角形は正三角形であることを示せ。

12 [2016 琉球大]

i を虚数単位とし、 $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ とおく。

(1) z^5 および $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$ の値を求めよ。

(2) $t = z + \frac{1}{z}$ とおく。 $t^2 + t$ の値を求めよ。

(3) $\cos \frac{2\pi}{5}$ の値を求めよ。

(4) 半径 1 の円に内接する正五角形の 1 辺の長さの 2 乗を求めよ。

高3数学α 数学Ⅲスタ演 1.複素数と計算

13 [2016 千葉大]

$z = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ (i は虚数単位) とおく。

- (1) $z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6$ を求めよ。
- (2) $\alpha = z + z^2 + z^4$ とするとき、 $\alpha + \overline{\alpha}$ 、 $\alpha \overline{\alpha}$ および α を求めよ。ただし、 $\overline{\alpha}$ は α の共役複素数である。
- (3) $(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)(1-z^5)(1-z^6)$ を求めよ。

14 [2003 神戸大]

複素数 $\alpha = \cos \frac{360^\circ}{7} + i \sin \frac{360^\circ}{7}$ に対し、次の式の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) $\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6$
- (2) $\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^6}$
- (3) $\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^2} + \frac{1}{1-\alpha^3} + \frac{1}{1-\alpha^4} + \frac{1}{1-\alpha^5} + \frac{1}{1-\alpha^6}$
- (4) $\frac{\alpha^2}{1-\alpha} + \frac{\alpha^4}{1-\alpha^2} + \frac{\alpha^6}{1-\alpha^3} + \frac{\alpha^8}{1-\alpha^4} + \frac{\alpha^{10}}{1-\alpha^5} + \frac{\alpha^{12}}{1-\alpha^6}$

15 [2018 愛媛大]

複素数 $z = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ について、 z^2 の偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) は $\theta = \fbox{ }$ であり、 z^n が実

数になる最小の自然数 n は $n = \fbox{ }$ である。ただし、 i は虚数単位である。

16 [1996 名古屋工業大]

$(\sqrt{3} + i)^m = (1 + i)^n$ が成り立つ正の整数 m 、 n のうちで m 、 n がそれぞれ最小となるとき、 m と n の値を求めよ。