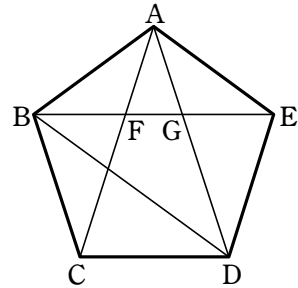


高3数学β 2017スタンダード演習 40.平面ベクトル(1)

1 [2013 立命館大]

1 辺の長さ 2 の正五角形 $ABCDE$ について、 $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AE} = 2\vec{b}$ とし、対角線 BE と対角線 AC 、 AD との交点をそれぞれ F 、 G とする。

$AD \parallel BC$ より $\angle BCF = \angle GAF$ 、 $\angle CBF = \angle AGF$ だから $\triangle CBF \sim \triangle AGF$ である。また、 $\triangle CBF \cong \triangle BAG$ だから $\triangle BAG \sim \triangle AGF$ である。 $\triangle BAG$ と $\triangle AGF$ の相似比は $1 : \square$ であり、 FG の長さは \square で



ある。したがって \overrightarrow{BD} 、 \overrightarrow{AC} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと、

$\overrightarrow{BD} = (\square) \vec{a} + (\square) \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = (\square) \vec{a} + (\square) \vec{b}$ となる。

2 [2016 京都産業大]

$\triangle ABC$ において、線分 AB を $1 : 2$ に内分する点を L 、線分 BC を $3 : 1$ に内分する点を M 、線分 CA を $1 : 1$ に内分する点を N とする。 $\triangle ABM$ の重心を X 、 $\triangle BCN$ の重心を Y とする。このとき、

$$\overrightarrow{AM} = \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AB} + \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AX} = \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AB} + \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AC},$$

$$\overrightarrow{AY} = \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AB} + \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AC} \text{ である。また、} \overrightarrow{XY} = \frac{\square}{\square} \overrightarrow{AC} + \frac{\square}{\square} \overrightarrow{BC} \text{ で}$$

あるので、 $\overrightarrow{XY} = \frac{\square}{\square} \overrightarrow{CL}$ である。また、四角形 $ABXM$ の面積は、三角形 ABC の

面積を 1 としたとき、 $\frac{\square}{\square}$ である。

高3数学β 2017スタンダード演習 40.平面ベクトル(1)

3 [2008 鹿児島大]

平面に四角形 ABCD があり、 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とおくとき、頂点 C は

$$\overrightarrow{AC}=\frac{4}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{d}$$

を満たすものとする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 直線 AB と DC の交点を E, 直線 AD と BC の交点を F とする。ベクトル \overrightarrow{AE} と \overrightarrow{AF} を \vec{b} と \vec{d} を用いて表せ。
- (2) 線分 BD の中点を Q, 線分 EF の中点を R とするとき、ベクトル \overrightarrow{QR} を \vec{b} と \vec{d} を用いて表せ。
- (3) 線分 AC の中点を P とするとき、3点 P, Q, R は同一直線上にあることを証明せよ。

4 [2012 徳島大]

△ABC において、辺 AB を 4 : 3 に内分する点を D, 辺 AC を 3 : 1 に内分する点を E とする。また、線分 BE と線分 CD の交点を F とし、直線 AF と辺 BC の交点を G とする。

- (1) BF : FE を求めよ。
- (2) BG : GC を求めよ。
- (3) △EFC : △ABC を求めよ。

5 [2011 昭和薬科大]

平面上に △ABC と点 P があり、 $\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+5\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ を満たしている。 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ として、次の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{AP} を \vec{b} , \vec{c} で表すと、 $\overrightarrow{AP}=\overset{ア}{\square}\vec{b}+\overset{イ}{\square}\vec{c}$ である。
- (2) 直線 AP と辺 BC の交点を Q とすると、 $\overrightarrow{AQ}=\overset{ウ}{\square}\vec{b}+\overset{エ}{\square}\vec{c}$ である。よって、点 Q は辺 BC を BQ : QC = $\overset{オ}{\square}$: $\overset{カ}{\square}$ に内分する。また、点 P は線分 AQ を AP : PQ = $\overset{キ}{\square}$: $\overset{ク}{\square}$ に内分する。

6 [2016 近畿大]

△OABにおいて辺OA上に点P, 辺OB上に点Qをとり, $\frac{OP}{OA} = p, \frac{OQ}{OB} = q$

($0 < p < 1, 0 < q < 1$) とする。

(1) $p = \frac{2}{3}, q = \frac{2}{5}$ のときを考える。このとき, $\overrightarrow{OA} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \overrightarrow{OP}$,

$\overrightarrow{OB} = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \overrightarrow{OQ}$ である。線分BPとAQの交点をRとすると,

$\overrightarrow{OR} = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \overrightarrow{OA} + \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \overrightarrow{OB}$ である。

(2) △OABの重心をGとすると, $\overrightarrow{OG} = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \overrightarrow{OA} + \frac{\text{サ}}{\text{シ}} \overrightarrow{OB}$ である。

Gが線分PQ上にあるとする。このとき, $\frac{PG}{PQ} = x$ とおくと

$p = \frac{1}{\text{ス} \times x + \text{セ} \times \text{ソ}}, q = \frac{1}{\text{ツ} \times x + \text{チ}}$ となる。△OABの面積をS, △OPQの

面積をTとすると, $\frac{S}{T}$ は $x = \frac{\text{タ}}{\text{テ}}$ のとき最大値 $\frac{\text{ツ}}{\text{チ}}$ をとる。