

高3数学β スタンダード演習 26. 三角形と三角比

1 [2015 立教大]

半径 1 の円に内接する正 n 角形の周の長さは である。

2 [2016 立命館大]

$\triangle ABC$ において、 $\frac{\sin A}{4} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{6}$ が成り立っているとき、3 辺の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと

$$BC : CA : AB = \text{ア} \text{ } : \text{イ} \text{ } : \text{ウ} \text{ }$$

また、 $\cos C = \text{エ} \text{ }$ となるので、 $\triangle ABC$ の面積が $15\sqrt{7}$ のとき、 $AB = \text{オ} \text{ }$ となる。

3 [2012 東京慈恵会医科大]

$\triangle ABC$ において、 $AB=2$ 、 $AC=3$ 、 $\angle BAC=120^\circ$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
また、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、 AD の長さを求めよ。

4 [2011 京都大]

辺 AB 、辺 BC 、辺 CA の長さがそれぞれ 12, 11, 10 の三角形 ABC を考える。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、線分 AD の長さを求めよ。

5 [2007 西南学院大]

$\triangle ABC$ において、 $AB=8$ 、 $BC=12$ 、 $CA=10$ とし、 BC の中点を M とする。このとき、 $\cos A = \text{ア} \text{ }$ 、 $AM = \text{イ} \text{ }$ であり、 $\triangle ABM$ の面積は $\text{ウ} \text{ }$ である。

6 [2014 関西大]

3 辺の長さが $AB=4$ 、 $BC=5$ 、 $AC=7$ である三角形 ABC について考える。辺 AB 上の点 P 、辺 AC 上の点 Q を、 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分となるようにとる。

- (1) $\cos A$ の値を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) $AP=x$ 、 $AQ=y$ とおくとき、 xy の値を求めよ。
- (4) 線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

高3数学β スタンダード演習 26. 三角形と三角比

7 [2011 南山大]

鋭角三角形の3辺の長さが1, 3, a であるとき, 実数 a のとりうる値の範囲は $\sqrt{\quad}$ である。また, この三角形の外接円の半径が $\frac{9}{\sqrt{35}}$ のとき, $a = \sqrt{\quad}$ である。

8 [2006 自治医科大]

3 辺の長さが, $x^2 + x + 1$, $2x + 1$, $x^2 - 1$ である三角形の最大の内角を θ としたとき, $12(1 + \cos \theta)$ の値を求めよ。

9 [2014 上智大]

$AB=8$, $BC=5$, $\angle B=60^\circ$ の $\triangle ABC$ がある。

(1) $AC = \sqrt{\quad}$, $\triangle ABC$ の面積は $\sqrt{\quad}$, $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\sqrt{\quad}$ である。

(2) $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$ である。

(3) $\triangle ABC$ の外接円の点 B を含まない弧 AC 上に $AD=3$ となる点 D をとる。
このとき, $CD = \sqrt{\quad}$ である。

(4) $\cos \angle BAD = \frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$, $BD = \frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$ である。

(5) AC と BD の交点を E とするとき, $\cos \angle AED = \frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$ である。

10 [2011 同志社大]

円に内接する四角形 $ABCD$ において, $AB=5$, $BC=3$, $DA=2$, $\angle ABC=60^\circ$ であるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 辺 CD の長さを求めよ。
- (2) 四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。
- (3) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。
- (4) 対角線 BD の長さを求めよ。

11 [2010 京都教育大]

$\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさを A, B, C で表し、また、それらの角の対辺の長さをそれぞれ a, b, c で表す。

このとき、 $\frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ が成り立つ $\triangle ABC$ はどのような三角形であるか。

12 [2015 奈良女子大]

三角形 ABC において、 $\angle A = 60^\circ$ とする。辺 CA, AB の長さをそれぞれ b, c とおき、三角形 ABC の外接円の中心を O とおく。

- (1) 三角形 ABC の面積を S とする。 S を b と c を用いて表せ。
- (2) 三角形 OBC の面積を T とする。 T を b と c を用いて表せ。
- (3) $S : T = 3 : 1$ であるとき、三角形 ABC は正三角形であることを示せ。