高3数学β　2017スタンダード演習　補．確率漸化式

$\boxed{1}$［1998 滋賀大］

平面上に，どの3本の直線も1点を共有しない，n 本の直線がある．

(1)　どの2本の直線も平行でないとき，平面が n 本の直線によって分けられる部分の個数 a_n を n で表せ．

(2)　n 本の直線の中に，2本だけ平行なものがあるとき，平面が n 本の直線によって分けられる部分の個数 b_n を n で表せ．ただし，$n \geqq 2$ とする．

$\boxed{2}$［2012 静岡大］

ある工場では，昼間にタンクの水を使用し，夜間に水を補給する。毎日，朝の水量のうち10% が使用され，その日の夜に200リットルが補給される。操業1日目の朝の始業前には，タンクの水量が8000リットルであった。

(1)　3日目の朝の始業前のタンクの水量を求めよ。

(2)　n 日目の朝の始業前のタンクの水量を a_n リットルとするとき，a_{n+1} を a_n で表せ。

(3)　朝の始業前のタンクの水量がはじめて2400リットル未満になるのは，何日目の朝か。ただし，$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$ とする。

$\boxed{3}$［1997 早稲田大］

数字 $1, 2, 3$ をn個並べてできる n 桁の数全体を考える．そのうち1が奇数回現れるものの個数を a_n, 1が偶数回現れるかまったく現れないものの個数を b_n とする．

(1)　a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ．

(2)　a_n, b_n を求めよ．

$\boxed{4}$［2005 京都大］

先頭車両から順に1から n までの番号のついた n 両編成の列車がある。ただし $n \geqq 2$ とする。各車両を赤色，青色，黄色のいずれか1色で塗るとき，隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような色の塗り方は何通りか。

$\boxed{5}$［2015 中央大］

1個のさいころを繰り返し投げ，3の倍数の目が出る回数を数える。いま，さいころを n 回投げるとき，3の倍数の目が奇数回出る確率を P_n とする。

(1)　P_2 および P_3 を求めよ。

(2)　P_{n+1} を P_n で表せ。

(3)　P_n を n の式で表せ。

$\boxed{6}$［1997 神奈川大］

1つのさいころを n 回 $(n \geqq 1)$ 投げたとき，1の目の出る回数が偶数回である確率を p_n，奇数回である確率を q_n とする．ただし，0回は偶数回と考える．

(1)　p_{n+1}, q_{n+1} を p_n, q_n で表せ．

(2)　$p_n - q_n$ を n で表せ．

(3)　p_n, q_n を n で表せ．

$\boxed{7}$［2010 埼玉大］

各面に1から8までの数字が1つずつ書かれた正八面体のさいころを繰り返し投げ，n 回目までに出た数字の合計を $X(n)$ とする。$X(n)$ が3で割り切れる確率を a_n，$X(n)$ を3で割ったとき1余る確率を b_n，$X(n)$ を3で割ったとき2余る確率を c_n とする。ただし，1から8までの数字の出る確率はどれも同じとする。

(1)　a_1，b_1，c_1 を求めよ。

(2)　a_{n+1}，b_{n+1}，c_{n+1} を a_n，b_n，c_n を用いて表せ。

(3)　a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(4)　a_n，b_n，c_n を求めよ。

$\boxed{8}$［2012 大阪市立大］

三角形ABCの頂点A，B，Cは反時計回りに並んでいるものとする。点Pはいずれかの頂点の位置にあり，1枚の硬貨を1回投げるごとに，表が出れば時計回りに隣の頂点へ，裏が出れば反時計回りに隣の頂点へ，移動するものとする。点Pは最初，頂点Aの位置にあったとする。硬貨を n 回投げたとき，点Pが頂点Aの位置に戻る確率を a_n で表す。

(1)　$n \geqq 2$ に対し a_n を a_{n-1} を用いて表せ。

(2)　a_n を求めよ。

$\boxed{9}$［2009 和歌山県立医科大］

正方形の頂点を順にA，B，C，Dとし，この順を正の向きとし，逆を負の向きとする。動点Pは常に頂点にあり，1秒ごとに次の頂点に移っていく。このとき，正の向きに次の頂点に移る確率は $\dfrac{2}{3}$ で，逆の負の向きに次の頂点に移る確率は $\dfrac{1}{3}$ とする。また，動点Pは最初頂点Aにあるものとする。

(1)　2秒後に動点Pが頂点A，Cにある確率をそれぞれ求めよ。

(2)　3秒後に動点Pが頂点B，Dにある確率をそれぞれ求めよ。

(3)　4以上の自然数 n に対して，n 秒後に動点Pが各頂点にある確率をそれぞれ求めよ。

$\boxed{10}$［2007 京都大］

四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD を考える。点 P は時刻 0 では頂点 O にあり，1 秒ごとに次の規則に従ってこの四角錐の 5 つの頂点のいずれかに移動する。

規則：点 P のあった頂点と 1 つの辺によって結ばれる頂点の 1 つに，等しい確率で移動する。

このとき，n 秒後に点 P が頂点 O にある確率を求めよ。

$\boxed{11}$［2015 横浜市立大］

数直線上の原点 O を出発点とする。硬貨を投げるたびに，表が出たら 2，裏が出たら 1 だけ正の方向へ進むものとする。点 n に到達する確率を p_n とする。ただし，n は自然数とする。

(1)　3 以上の n について，p_n，p_{n-1}，p_{n-2} の関係式を求めよ。

(2)　3 以上の n について，p_n を求めよ。