

分数関数・無理関数 6.合成関数(2)

1 [2001 名古屋大]

関数 $f(x) = -|2x-1|+1$ ($0 \leq x \leq 1$) を用いて、関数 $g(x) = -|2f(x)-1|+1$ ($0 \leq x \leq 1$) を考える。 $0 < c < 1$ のとき、 $g(x) = c$ を満たす x を求めよ。

2 [北海道大]

$0 \leq x \leq 1$ で定義された関数 $f(x) = |2x-1|$ について、

- (1) $y = f(f(x))$ のグラフをかけ。
- (2) $f(f(f(x))) = x$ となる x の個数を求めよ。

3 [早稲田大]

実数 x に対して、 $f_1(x) = |x| - 1$ とする。さらに、自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$ と定義する。このとき、方程式 $f_{2004}(x) = 0$ の解の個数を求めよ。

4 [東京女子大]

$f(x) = -2|x-1|+2$ とする。

- (1) $f(x) = x$ をみたす実数 x をすべて求めよ。
- (2) $f(f(x)) = f(x)$ をみたす実数 x をすべて求めよ。

5 [お茶の水女子大]

0 以上の実数全体で定義された関数 $f_n(x)$ を次のように帰納的に定める。

$$f_1(x) = ||x-1|-1|,$$

$$f_{n+1}(x) = ||f_n(x) - (n+1)| - (n+1)| \quad (n \geq 1)$$

このとき

- (1) $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ のグラフをかけ。
- (2) $f_n(x) = 0$ となる x をすべて求めよ。
- (3) $y = f_n(x)$ のグラフの概形をかけ。