

## 分数関数・無理関数 6. 合成関数(2)

[1] [2001 名古屋大]

関数  $f(x) = -|2x-1| + 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) を用いて、関数  $g(x) = -|2f(x)-1| + 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) を考える。 $0 < c < 1$  のとき、 $g(x) = c$  を満たす  $x$  を求めよ。

[2] [北海道大]

$0 \leq x \leq 1$  で定義された関数  $f(x) = |2x-1|$  について、

- (1)  $y = f(f(x))$  のグラフをかけ。
- (2)  $f(f(f(x))) = x$  となる  $x$  の個数を求めよ。

[3] [早稲田大]

実数  $x$  に対して、 $f_1(x) = |x| - 1$  とする。さらに、自然数  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$  と定義する。このとき、方程式  $f_{2004}(x) = 0$  の解の個数を求めよ。

[4] [東京女子大]

$f(x) = -2|x-1| + 2$  とする。

- (1)  $f(x) = x$  をみたす実数  $x$  をすべて求めよ。
- (2)  $f(f(x)) = f(x)$  をみたす実数  $x$  をすべて求めよ。

[5] [お茶の水女子大]

$0$  以上の実数全体で定義された関数  $f_n(x)$  を次のように帰納的に定める。

$$f_1(x) = ||x-1|-1|,$$

$$f_{n+1}(x) = ||f_n(x) - (n+1)| - (n+1)| \quad (n \geq 1)$$

このとき

- (1)  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$  のグラフをかけ。
- (2)  $f_n(x) = 0$  となる  $x$  をすべて求めよ。
- (3)  $y = f_n(x)$  のグラフの概形をかけ。