高3数学β　2017スタンダード演習　42.ベクトルと空間図形(1)

$\boxed{1}$［2015 立教大］

座標空間における 4 点 A$(1,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 2,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 3)$，D$(x,\ 4,\ 5)$ が同一平面上にあるとき，$x=\boxed{}$ である。

$\boxed{2}$［2011 弘前大］

正四面体 ABCD において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とし，辺 AB，AC，CD，BD の中点をそれぞれ P，Q，R，S とする。このとき，4 点 P，Q，R，S は同一平面上にあることを示し，さらに四角形 PQRS は正方形になることを示せ。

$\boxed{3}$［2016 鹿児島大］

四面体 OABC を考える。辺 OA を 1 : 1 に内分する点を P とする。また辺 OB を 2 : 1 に内分する点を Q として，辺 OC を 3 : 1 に内分する点を R とする。更に三角形 ABC の重心を G とする。3 点 P，Q，R を通る平面と線分 OG の交点を K とする。線分 OK と KG の長さの比を求めよ。

$\boxed{4}$［2001 慶応義塾大］

空間に原点 O，および 2 点 A$(2,\ 1,\ -2)$，B$(3,\ 4,\ 0)$ が与えられている．

2 点 A，B 間の距離は $^{ア}\boxed{}$，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の大きさは $^{イ}\boxed{}$，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の大きさは $^{ウ}\boxed{}$ である．また，2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の作る角を θ とするとき，$\cos\theta=\,^{エ}\boxed{}$ となり，三角形 AOB の面積は $^{オ}\boxed{}$ である．2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のどちらにも垂直で大きさが $\sqrt{5}$ のベクトルを成分で表すと，$^{カ}\boxed{}$ となる．

$\boxed{5}$［2015 九州大］

1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC を考える。辺 OA の中点を P，辺 OB を 2 : 1 に内分する点を Q，辺 OC を 1 : 3 に内分する点を R とする。

(1)　線分 PQ の長さと線分 PR の長さを求めよ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ の内積 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ を求めよ。

(3)　三角形 PQR の面積を求めよ。

6 ［2015 岩手大］

O を原点とする座標空間に 3 つの点 A$(2,\ 1,\ 0)$，B$(5,\ 2,\ -1)$，C$(1,\ -5,\ 1)$ をとる。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし，また，3 点 O，A，B を通る平面を S とする。

(1) $|\vec{a}|$，$|\vec{b}|$ を求めよ。また，$\cos\angle\mathrm{AOB}$ を求めよ。

(2) $\triangle$OAB の面積を求めよ。

(3) 点 C から平面 S に下ろした垂線と平面 S との交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ を満たす s，t を求めよ。

(4) 四面体 OABC の体積を求めよ。

7 ［2013 福井大］

四面体 OABC の各辺の長さをそれぞれ $\mathrm{AB}=\sqrt{7}$，$\mathrm{BC}=3$，$\mathrm{CA}=\sqrt{5}$，$\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=\sqrt{3}$，$\mathrm{OC}=\sqrt{7}$ とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$ を求めよ。

(2) 三角形 OAB を含む平面を α とし，点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点を H とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(3) 四面体 OABC の体積を求めよ。