高3数学β　2017スタンダード演習　20.図形の性質

$\boxed{1}$ [2011 西南学院大]

(1) 点 R と線分 AB に関して，次の 2 つの条件 p と q は同値であることを証明せよ。

p : 点 R は線分 AB の垂直二等分線上にある。

q : RA＝RB

(2) (1) の結果を用いて，三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わることを証明せよ。

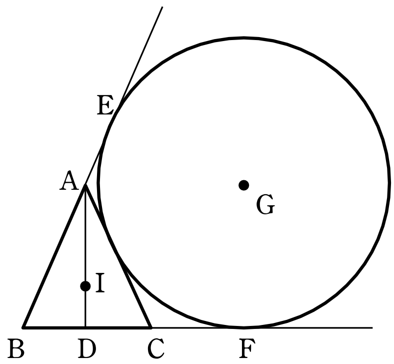
(3) 三角形 ABC において重心と外心が同じ点であるとき，三角形 ABC は正三角形であることを証明せよ。(ただし，三角形の重心とは，三角形の 3 つの中線の交点のことである。)

$\boxed{2}$ [2010 岐阜聖徳学園大]

AB＝AC である二等辺三角形 ABC の内接円の中心を I とし，内接円と辺 BC の接点を D とする。辺 BA の延長と点 E で，辺 BC の延長と点 F で接し，辺 AC と接する ∠B 内の円の中心を G とする。

(1) AD＝GF となることを証明せよ。

(2) AB＝7，BD＝3 のとき，IG の長さを求めよ。



$\boxed{3}$ [2013 東京薬科大]

三角形 ABC の辺 AB，BC 上に，それぞれ点 D，E を，AD : DB＝1 : 3，BE : EC＝5 : 2 となるようにとる。線分 AE と線分 CD の交点を H，BH の延長と辺 AC との交点を F とする。このとき，線分 CF と線分 FA の長さの比は $\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{FA}}=$ ア $\boxed{}$，線分 FH と線分 HB の長さの比は $\dfrac{\mathrm{FH}}{\mathrm{HB}}=$ イ $\boxed{}$，三角形 ADH と三角形 ABC の面積の比は $\dfrac{\triangle\mathrm{ADH}}{\triangle\mathrm{ABC}}=$ ウ $\boxed{}$ となる。

$\boxed{4}$ [1999 東北学院大]

△ABC の 3 辺 BC，CA，AB 上にそれぞれ点 P，Q，R があり，AP，BQ，CR が 1 点で交わっているとする．QR と BC が平行でないとき，直線 QR と直線 BC の交点を S とすると，BP : BS＝CP : CS が成り立つことを示せ．

$\boxed{5}$ [2016 東北大]

鋭角三角形 △ABC において，頂点 A，B，C から各対辺に垂線 AD，BE，CF を下ろす。これらの垂線は垂心 H で交わる。

(1) 四角形 BCEF と AFHE が円に内接することを示せ。

(2) ∠ADE＝∠ADF であることを示せ。

$\boxed{6}$ [2010 静岡大]

△ABC の辺 BC 上に点 D，辺 AC 上に点 E があり，四角形 ABDE が円 O に内接している。AE＝DE，AB＝$\dfrac{42}{5}$，AC＝14，BD＝$\dfrac{6}{5}$ であるとき

(1) 線分 AE と線分 CD の長さを求めよ。

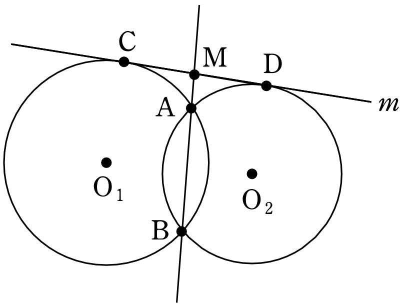
(2) 円 O の半径を求めよ。

$\boxed{7}$ [2006 中京大]

3 辺の長さが AB＝7，BC＝5，CA＝$3\sqrt{6}$ である三角形 ABC において，辺 AC を直径とする円が辺 AB，BC と交わる点をそれぞれ D，E とし，CD と AE の交点を F とするとき，線分 BD，BF の長さを求めよ。

$\boxed{8}$ [2008 岩手大]

図のように，中心が O_1，O_2 である 2 つの円が 2 点 A，B で交わっている。直線 m を 2 つの円の共通接線，接点を C，D とし，直線 AB と直線 m の交点を M とする。



(1) 点 M は線分 CD の中点であることを示せ。

(2) ∠CMA が直角であるとき，2 つの円の半径は等しいことを示せ。

$\boxed{9}$ [1998 鹿児島大]

正三角形 ABC の辺 BC 上に点 B, C と異なる任意の点 Q をとり，直線 AQ が正三角形 ABC の外接円と交わる点を P とする.

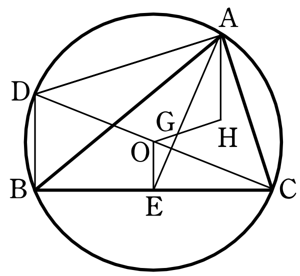
(1) 三角形 BPQ と三角形 ACQ は相似であることなどに着目して，$\dfrac{1}{PB}+\dfrac{1}{PC}=\dfrac{1}{PQ}$ が成り立つことを証明せよ.

(2) $AQ\cdot AP=AB^2$ が成り立つことを証明せよ.

(3) PB＋PC＝PA が成り立つことを証明せよ.

$\boxed{10}$［1999 宮崎大］

右図において，△ABC の外心を O，垂心を H とする．また，△ABC の外接円と直線 CO の交点を D，点 O から辺 BC に引いた垂線を OE とし，線分 AE と線分 OH の交点を G とする．

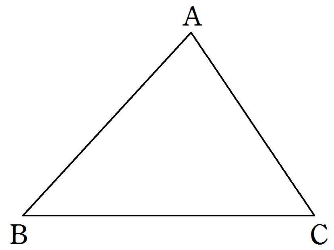


(1)　AH＝DB であることを示せ.

(2)　点 G は △ABC の重心であることを示せ.

$\boxed{11}$［2016 明治大］

鋭角三角形 ABC で，CA＜AB＜BC を満たすものを考える。頂点 A から辺 BC に下ろした垂線を AP，頂点 B から辺 CA に下ろした垂線を BQ，頂点 C から辺 AB に下ろした垂線を CR とする。このとき，線分 AP, BQ，CR は 1 点で交わることが知られている。このようにして得られた AP，BQ，CR の交点を S とし，線分 BS, CS，AS の中点をそれぞれ D，E，F とする。また，辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ J，K，L とする。



(1)　四角形 JDEL は長方形であることを示せ。

(2)　長方形 JDEL が内接する円 O の周上に Q，R があることを示せ。

(3)　F，K，P が (2) の円 O の周上にあることを示せ。