高3数学β　2017スタンダード演習　37.積分法(2)

$\boxed{1}$［2012 西南学院大］

放物線 L：$y=x^2$ と点 $\mathrm{R}\left(0,\ \dfrac{5}{4}\right)$ を中心とする円 C が異なる 2 点で接している。ただし，L と C が点 P で接しているとは，L と C が点 P を共有し，さらに L と C が点 P において共通の接線をもつことを意味する。

(1)　2 つの接点の座標を求めよ。

(2)　円 C の方程式を求めよ。

(3)　2 つの接点を両端とする円 C の短い方の弧と L とで囲まれる図形の面積を求めよ。

$\boxed{2}$［1997 昭和薬科大］

$y \geqq 2x^2$，$2x+2 \leqq y \leqq 2x+4$ の領域の面積は $\boxed{}$ である．

$\boxed{3}$［2015 東京電機大］

放物線 C：$y=2x^2$ と，点 (1，5) を通り傾きが m である直線 ℓ について，次の問いに答えよ。

(1)　C と ℓ が異なる 2 点で交わることを示せ。

(2)　定数 α，β に対し，$\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{(\beta-\alpha)^3}{6}$ を示せ。

(3)　C と ℓ で囲まれた部分の面積 S を m の式で表せ。

(4)　(3) の面積 S が最小となるとき，直線 ℓ の方程式を求めよ。

$\boxed{4}$［1998 佐賀大］

p を定数，q を正の定数とし，直線 $y=px+q$ …… ① と放物線 $y=x^2$ …… ② の 2 交点をそれぞれ $\mathrm{A}(\alpha,\ \alpha^2)$，$\mathrm{B}(\beta,\ \beta^2)$ $(\alpha<\beta)$ とする．

(1)　直線 ① と放物線 ② で囲まれた部分の面積 S_1 は $\dfrac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ であることを示せ．

(2)　放物線 ② と，点 A, B における放物線 ② の接線とで囲まれた部分の面積 S_2 を α, β を用いて表し，比 $S_1 : S_2$ を求めよ．

高3数学β　2017スタンダード演習　37.積分法(2)

$\boxed{5}$［2009 慶応義塾大］

放物線 $y=x^2+x+2$ を F_1 とし，放物線 $y=x^2-7x+10$ を F_2 とする。また 2 つの放物線 F_1，F_2 の両方に接する直線を ℓ とする。このとき，直線 ℓ の方程式は

$y=$ ${}^{ア}\boxed{}$ であり，放物線 F_1，F_2 と直線 ℓ で囲まれる部分の面積は ${}^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{6}$［2001 新潟大］

xy 平面上に，曲線 C : $y=x^3-x$ と C 上の点 A $(-1,\ 0)$ があるとき，次の問いに答えよ.

(1)　点 A を通る直線と C との共有点が，A を含めて 2 個であるような 2 本の直線 l_1，l_2 の方程式を求めよ.

(2)　C と l_1 で囲まれた部分の面積，C と l_2 で囲まれた部分の面積を求めよ.

$\boxed{7}$［2016 兵庫医科大］

曲線 C : $y=x^4-9x^3+27x^2-31x+12$ が，1 本の直線と異なる 2 点 P，Q で接する。

(1)　x 軸，y 軸との共有点をすべて求め，それらの座標を使って曲線 C のグラフの概形をかけ。

(2)　直線 PQ の方程式を求めよ。

(3)　曲線 C と直線 PQ で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{8}$［2015 滋賀大］

a を正の定数とし，曲線 C : $y=|x^2-x|$ と直線 ℓ : $y=ax$ で囲まれた図形の面積を S とする。

(1)　S を a を用いて表せ。

(2)　a を変化させたとき，S の最小値とそのときの a の値を求めよ。

$\boxed{9}$［1996 広島大］

xy 平面上の曲線 C と直線 l を次のように定める. C: $y=x(x-3)^2$, l: $y=mx$

(1)　C と l が $x\geqq 0$ において異なる 3 点で交わるような m の値の範囲を求めよ.

(2)　(1) で，C と l で囲まれる 2 つの図形の面積が等しくなる m の値を求めよ.

(3)　(2) のとき，2 つの図形の面積の和を求めよ.