

## 高3数学β 2017スタンダード演習 22. 曲線と直線

1 [2015 高知大]

方程式  $x^2 + y^2 + 2kx - 4ky + 10k - 20 = 0$  の表す図形  $C$  を考える。ただし、 $k$  は実数とする。

- (1) 図形  $C$  は円であることを示せ。
- (2) 図形  $C$  は  $k$  がどのような値であっても定点を通る。その定点の座標を求めよ。
- (3) 図形  $C$  で囲まれる部分の面積の最小値を求めよ。
- (4) 図形  $C$  と直線  $y = x - 2$  の共有点の個数を求めよ。

2 [2009 法政大]

円  $C: x^2 + y^2 - 10x - 2y + 6 = 0$  と直線  $y = 2x - 4$  の2つの交点を  $P, Q$  とするとき、 $PQ = 2\sqrt{\square}$  である。点  $R$  が円  $C$  上にあるような三角形  $PQR$  の面積の最大値は  $\square$  であり、そのときの  $R$  の座標は  $(\square, -\square)$  である。

3 [2013 同志社大]

$k$  を定数とする。  $O$  を原点とする座標平面上にある直線  $L: y = -x + k$  と円  $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$  が異なる2点  $A, B$  で交わっている。このとき、 $k$  の値の範囲は  $\square < k < \square$  である。円  $C$  が直線  $L$  を切り取る弦  $AB$  の長さを、 $k$  の式として表すと  $\square$  となり、 $\triangle OAB$  の面積は  $\square$  となる。また、 $k = \square$  のとき、 $\triangle OAB$  は正三角形となり、このとき  $\triangle OAB$  の面積は  $\square$  となる。

4 [2011 南山大]

座標平面上の3直線  $\ell_1: y = \frac{1}{7}x$ ,  $\ell_2: y = -\frac{1}{7}x$ ,  $\ell_3: y = -x + 12$  を考える。 $\ell_1, \ell_2, \ell_3$  で囲まれる三角形の内心の座標と、内接円の半径をそれぞれ求めよ。

5 [2012 成蹊大]

円  $x^2 + y^2 = 4$  の外部にある点  $P(a, 1)$  から、この円に引いた2本の接線が直交するとき、 $a$  の値を求めよ。

6 [2008 駒澤大]

点  $(4, 2)$  を通り、円  $x^2 + y^2 = 4$  に接する2本の直線の接点を  $P, Q$  とするとき、直線  $PQ$  の方程式を求めよ。

7 [2000 大阪大]

$a > b > 0$  とする. 円  $x^2 + y^2 = a^2$  上の点  $(b, \sqrt{a^2 - b^2})$  における接線と  $x$  軸との交点を  $P$  とする. また, 円の外部の点  $(b, c)$  からこの円に 2 本の接線を引き, 接点を  $Q, R$  とする. このとき, 2 点  $Q, R$  を通る直線は  $P$  を通ることを示せ.

8 [2000 青山学院大]

円  $(x-5)^2 + y^2 = 1$  と円  $x^2 + y^2 = 4$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 2 円の共通接線は全部で何本あるか.
- (2) 2 円の共通接線のうち接点がすべて第 1 象限にあるものの方程式を求めよ.
- (3) 各接線について 2 円との接点を結ぶ線分の長さのうち, 最小のものと最大のものを求めよ.

9 [2007 青山学院大]

$xy$  平面上の半径 1 の円  $C$  が, 直線  $x + \sqrt{3}y = 4$  と単位円  $x^2 + y^2 = 1$  の両方に接するという. このとき  $C$  の中心の座標を求めよ.

10 [2008 名古屋大]

2 つの円  $x^2 + (y-2)^2 = 9$  と  $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 1$  に外接し, 直線  $x=6$  に接する円を求めよ. ただし, 2 つの円がただ 1 点を共有し, 互いに外部にあるとき, 外接するという.

11 [2014 西南学院大]

2 つの円  $C_1: x^2 + y^2 = 25$ ,  $C_2: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$  について,

(1)  $C_1, C_2$  の両方の面積を 2 等分する直線の方程式は,  $y = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}x + \text{ウ}$  である.

(2)  $C_1, C_2$  の 2 つの交点を通る直線の方程式は,  $y = -\frac{\text{エ}}{\text{オ}}x + \text{カ}$  である.

(3)  $C_1, C_2$  の 2 つの交点を通り, 点  $(3, 1)$  を通る円の方程式は,

$$x^2 + y^2 - \frac{\text{キ}}{\text{ク}}x - \text{ケ}y + \text{コ} = 0 \text{ である.}$$

12 [2000 創価大]

2つの円  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$  の2つの交点を通る円が直線  $y = x$  と接するとき, その円の中心と半径を求めよ.