高3数学β　2017スタンダード演習　9.式の値，二項定理

$\boxed{1}$［2004 芝浦工業大］

$\left(x^2-\dfrac{1}{2x}\right)^5$ を展開すると，$\dfrac{1}{x^2}$ の係数は ${}^{ア}\boxed{}$，x の係数は ${}^{イ}\boxed{}$ である．

$\boxed{2}$［2012 福岡大］

$(\sqrt{2}\,x-y)^6$ の展開式における x^3y^3 の項の係数は ${}^{ア}\boxed{}$ である。また，$(\sqrt{2}\,x-y+z)^8$ の展開式における $x^3y^3z^2$ の項の係数は ${}^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$［2010 大分大］

(1)　正の整数 n について，$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ の展開式に定数項が含まれるための n の条件を求めよ。

(2)　$\left(x+1+\dfrac{1}{x}\right)^7$ の展開式における定数項を求めよ。

$\boxed{4}$［2012 上智大］

x の式 $(1+x+ax^2)^6$ を展開したときの x^4 の係数は，$a=$ ${}^{ア}\boxed{}$ のときに最小値 ${}^{イ}\boxed{}$ をとる。

$\boxed{5}$［2002 南山大］

$\left(x^3-2x+\dfrac{2}{x}\right)^5$ の展開式において x^3 の項の係数を求めよ．また，$\left(x^3-2x+\dfrac{2}{x}\right)^n$ の展開式で x^3 の項の係数が負になる最小の自然数 n を求めよ．

$\boxed{6}$［1997 南山大］

101^{15} の百万の位の数字は $\boxed{}$ である．

$\boxed{7}$ ［2017スタンダードⅠⅡＡＢ受 中央大］

(1)　21^{10} を 400 で割ったときの余りを求めよ。

(2)　19^n+21^n が 400 で割り切れるような正の整数 n が存在するか。存在するならば，その例を示せ。存在しなければ，それを証明せよ。

$\boxed{8}$ ［2002 武庫川女子大］

一般に ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1x+{}_n\mathrm{C}_2x^2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_nx^n$ という和の結果を利用すれば，

$${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_n={}^{ア}\boxed{}$$ であることがわかる．

また，前式の各項に，交互に正負をつけた次のような場合も簡単になる．

$${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-{}_n\mathrm{C}_3+\cdots\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n={}^{イ}\boxed{}$$

$\boxed{9}$ ［2012 関西大］

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k\,{}_n\mathrm{C}_k$ を計算せよ。

$\boxed{10}$ ［2006 早稲田大］

次の各問いに答えよ。ただし，正の整数 n と整数 k $(0\leqq k\leqq n)$ に対して，${}_n\mathrm{C}_k$ は正の整数である事実を使ってよい。

(1)　m が 2 以上の整数のとき，${}_m\mathrm{C}_2$ が m で割り切れるための必要十分条件を求めよ。

(2)　p を 2 以上の素数とし，k を p より小さい正の整数とする。このとき，${}_p\mathrm{C}_k$ は p で割り切れることを示せ。

(3)　p を 2 以上の素数とする。このとき，任意の正の整数 n に対し，$(n+1)^p-n^p-1$ は p で割り切れることを示せ。