

分数関数・無理関数 4.無理方程式・不等式

1

グラフを利用して、次の方程式を解け.

(1) $\sqrt{x-1} = x-3$ (2) $\sqrt{3-x} = x+1$

2

[(3) 1998 法政大 (4) 杏林大]

- (1) 方程式 $\sqrt{x+1} - x - k = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ.
(2) 曲線 $y = \sqrt{x-1}$ と直線 $y = ax+1$ の共有点の個数を調べよ.
(3) 2つの関数 $y = a|x-1| - a$ と $y = \sqrt{x}$ のグラフが、3つの異なる共有点をもつための実数 a の条件を求めよ.
(4) 方程式 $\sqrt{x+2} = x + |x-a|$ が相異なる2つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ.

3

グラフを利用して、次の不等式を解け.

(1) $\sqrt{2x+3} > x+1$ (2) $\sqrt{5-x} < x+1$

4

[(1) 1999 防衛医大]

- (1) x に関する不等式

$$\sqrt{x+2} > ax+b$$

の解が $-2 \leq x < 2$ となるような正の数 a, b の和 $a+b$ のとりうる値の範囲を求めよ.

- (2) 正の定数 a, b に対し、不等式 $\sqrt{b-x} \leq x-a$ の解が、 $2 \leq x \leq 3$ であるとき、 a の値を求めよ.

5

[(2) 1997 神戸商船大 (3) 2009 学習院大 (4) 1999 大阪薬科大]

- (1) $\sqrt{2-x^2} > 2x+1$ を満たす x の範囲を求めよ.
(2) $\sqrt{4-x^2} \geq 2(x-1)$ を満たす x の範囲を求めよ.
(3) 不等式 $\sqrt{4x-x^2} > 3-x$ を満たす x の範囲を求めよ.
(4) 不等式 $\sqrt{7x-3} \leq \sqrt{-x^2+5x}$ を満たす x の範囲を求めよ.

分数関数・無理関数 4.無理方程式・不等式

6 [(1) 2002 芝浦工業大 (2) 2007 旭川医大 (3) 早稲田大]

(1) 不等式 $\sqrt{a^2 - x^2} > 3x - a$ ($a \neq 0$) の解は、 $a > 0$ のとき $\sqrt{\quad} \leq x < \sqrt{\quad}$,

$a < 0$ のとき $\sqrt{\quad} \leq x < \sqrt{\quad}$ である。

(2) 不等式 $\sqrt{a^2 - x^2} > ax - a$ を解け。ただし、 a は定数で、 $a \neq 0$ とする。

(3) 方程式 $\sqrt{2x - x^2} = 2a(x - 1 - \sqrt{2})$ が異なる2つの実数解をもつための定数 a の範囲を求めよ。