高3数学β　2017スタンダード演習　7.種々の方程式の問題

$\boxed{1}$［2008 琉球大］

次の方程式を解け。ただし，i は虚数単位，x は実数とする。

$$(1+i)x^2-(1+3i)x-2+2i=0$$

$\boxed{2}$［2007 北海道薬科大］

$x^3+(2+i)x^2+(4i-3)x+3i=0$ (i は虚数単位) を満たす実数 x の値を求めよ。

$\boxed{3}$［2007 関西大］

α，β，γ を解とする x の 3 次方程式 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$ を考える。この左辺を展開して整理すると $x^3+2x^2-3x+1=0$ となるとき，$\alpha+\beta+\gamma$，$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ の値は，それぞれ ア$\boxed{}$，イ$\boxed{}$ である。これを用いると $\dfrac{1}{1-\alpha}+\dfrac{1}{1-\beta}+\dfrac{1}{1-\gamma}$ の値は ウ$\boxed{}$ である。

$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ の値は エ$\boxed{}$ であり，α，β，γ が $x^3+2x^2-3x+1=0$ の解であることから，$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ の値は オ$\boxed{}$ である。

$\boxed{4}$［2003 慶応義塾大］

3 次方程式 $x^3-2x^2+3x-4=0$ の 3 つの解を複素数の範囲で考え，それらを α，β，γ とする．このとき，$\alpha^4+\beta^4+\gamma^4$ の値を求めよ．また，$\alpha^5+\beta^5+\gamma^5$ の値を求めよ．

$\boxed{5}$［2014 岡山理科大］

正の数 x，y，z が 3 条件 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{7}{4}$，$x^2+y^2+z^2=21$，$xyz=8$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1)　$xy+yz+zx$ の値を求めよ。　　(2)　$x+y+z$ の値を求めよ。

(3)　$x \leqq y \leqq z$ であるとき，x，y，z の値を求めよ。

6 ［1996 東邦大］

$x+y+z=2$ …… ①，$x^2+y^2+z^2=26$ …… ②，$x^3+y^3+z^3=38$ …… ③ とする．

①, ②, ③ が成り立つとき $xy+yz+zx=$ ア $\boxed{}$, $xyz=$ イ $\boxed{}$ であり，①, ②, ③ を満たす x, y, z を 3 つの解とする t の 3 次方程式は

t^3- ウ $\boxed{}\,t^2-$ エ $\boxed{}\,t+$ オ $\boxed{}=0$ である．①, ②, ③ を連立方程式とする解は

$x \leqq y \leqq z$ とすると，$x=$ カ $\boxed{}$, $y=$ キ $\boxed{}$, $z=$ ク $\boxed{}$ である．

7 ［2009 東北大］

実数の間の等式 $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}=2$ ……(＊) を以下の手順に従って示せ。

(1)　係数が整数である x の 3 次方程式で $x=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ が解になるものを 1 つ求めよ。

(2)　(1) で求めた 3 次方程式を解くことにより，等式(＊)を証明せよ。