

高3数学β 2017スタンダード演習 24.領域と最大・最小

1 [2016 関西学院大]

x, y が 3 つの不等式 $y \geq -\frac{5}{3}x + 5, y \geq 3x - 9, y \leq \frac{1}{5}x + 5$ を満たすとする。このとき、 $x + y$ の最小値は $\text{ア} \boxed{\quad}$ であり、最大値は $\text{イ} \boxed{\quad}$ である。また、 $x^2 + y^2$ の最小値は $\text{ウ} \boxed{\quad}$ であり、そのときの x, y の値は $x = \text{エ} \boxed{\quad}, y = \text{オ} \boxed{\quad}$ である。

2 [2010 三重大]

連立不等式 $x + 2y - 8 \leq 0, 2x - y + 4 \geq 0, 3x - 4y + 6 \leq 0$ を満たす座標平面上の点 (x, y) 全体からなる領域を D とする。

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) 領域 D における $x + y$ の最大値と最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。
- (3) 領域 D における $x^2 + y^2$ の最大値と最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。

3 [2010 京都産業大]

xy 平面上で、連立不等式

$$y \leq -2x + 8, y \leq -\frac{2}{3}x + 4, y \geq -\frac{1}{2}x + 1, x \geq 0, y \geq 0$$

の表す領域を D とする。

- (1) 直線 $y = -2x + 8$ と直線 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ との交点の座標は $\text{ア} \boxed{\quad}$ である。領域 D の面積は $\text{イ} \boxed{\quad}$ である。
- (2) 領域 D 上の点 (x, y) に対して $x + y$ の値を考える。 $x + y$ の値が最大となる点の座標は $\text{ウ} \boxed{\quad}$ であり、 $x + y$ の値が最小となる点の座標は $\text{エ} \boxed{\quad}$ である。
- (3) m を正の数とする。領域 D 上の点 (x, y) に対して $mx + y$ の値を考える。 $mx + y$ の値が $\text{ア} \boxed{\quad}$ で最大となるのは、 m の値が $\text{オ} \boxed{\quad}$ の範囲にあるときである。
また、 $mx + y$ の値の最小値が 1 であり、かつ、最大値が 4 であるのは、 m の値が $\text{カ} \boxed{\quad}$ の範囲にあるときである。

4 [2015 東北大]

a, b を実数とする。 xy 平面において、連立不等式

$$3x - 4y + 4 \geq 0, 4x + 3y - 28 \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$$

の表す領域を D とし、不等式 $(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq 1$ の表す領域を E とする。

- (1) E のすべての点が D の点となるような点 (a, b) 全体のなす図形の面積を求めよ。
- (2) E のいずれかの点が D の点となるような点 (a, b) 全体のなす図形の面積を求めよ。

高3数学β 2017スタンダード演習 24.領域と最大・最小

5 [2014 同志社大]

座標平面上で、不等式 $|x-3|+|y-3|\leq 2$ で表される領域を D とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 領域 D を座標平面上に図示せよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき $2x+y$ の最大値を求めよ。またこのときの x と y の値を求めよ。
- (3) 点 (x, y) が領域 D を動くとき $x^2+y^2-4x-2y$ の最大値を求めよ。またこのときの x と y の値を求めよ。
- (4) 点 (x, y) が領域 D を動くとき $\frac{y-1}{x+2}$ の取り得る値の範囲を求めよ。

6 [2002 東京理科大]

点 (x, y) が、不等式 $(x-3)^2+(y-2)^2\leq 1$ の表す領域上を動くとする。

- (1) $2x-1$ の最大値を求めよ。
- (2) x^2+y^2 の最大値を求めよ。
- (3) $\frac{y}{x}$ の最大値を求めよ。
- (4) $10x+10y$ の最大の整数値を求めよ。

7 [2010 東京理科大]

- (1) 次の x, y に関する連立方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} \frac{2x+y+1}{3x+y+5} = \frac{1}{3} \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$$

- (2) 座標平面上において、点 (x, y) が方程式 $x^2+y^2=1$ で表される円の上を動くとき、 $\frac{2x+y+1}{3x+y+5}$ の最大値と最小値を求めよ。

8 [1996 北海道大]

- (1) 円 $x^2+y^2=25$ と直線 $x+2y=10$ との交点を求めよ。
- (2) 連立不等式 $x^2+y^2\leq 25, x+2y\leq 10$ の表す領域を点 (x, y) が動くとき、 $mx+y$ の値の最大値を m を使って表せ。ただし、 m は実数で $m>0$ とする。

9

実数 t が変化するとき、直線 $y=2tx-(t+1)^2$ が通りうる点の存在範囲を求め、これを図示せよ。

10 [2002 青山学院大]

放物線 $C : y = x^2$ と直線 $l : y = ax + b$ について次の問い合わせに答えよ。

- (1) 放物線 C と直線 l が異なる 2 点 P, Q で交わり, かつ P, Q の x 座標の差が 1 となるための定数 a, b についての条件を求めよ。
- (2) 定数 a, b が (1) の条件を満たしながら変化するとき, 直線 l が通過する xy 平面上の範囲を求め, これを図示せよ。