

高3数学β 2017スタンダード演習 23.軌跡と領域

1 [2015 関西大]

xy 平面上の 2 点 $A(2, -1)$, $B(8, -4)$ を考える。

- (1) A , B からの距離の比が $1 : 2$ である点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた軌跡上の点 P における接線 ℓ が x 軸と交わる点を C とする。原点 O , 点 P , 点 C を頂点とする三角形の面積が $10\sqrt{3}$ となる点 C をすべて求めよ。

2 [2002 関西大]

点 $(1, -1)$ を通る直線を l , 放物線 $y = x^2 - x$ を C とする。

- (1) 直線 l の傾きを m とする。 l が放物線 C と 2 点で交わるとき, m の値の範囲を求めよ。
- (2) (1) で l が C で切り取られる線分の中点を $P(X, Y)$ とする。 X, Y を m を用いて表せ。
- (3) (2) より, Y は X の 2 次関数 $Y = \sqrt{\boxed{\quad}}$ となり, (1) より, X の値の範囲は $\sqrt{\boxed{\quad}}$ となる。このとき, 中点 P の軌跡を XY 平面上にかけ。

3 [2008 関西学院大]

xy 平面上の 2 直線 $tx - y = t$, $x + ty = -2t - 1$ の交点 P の y 座標は $\sqrt{\boxed{\quad}}$ である。

t が任意の実数値をとって変わるととき P が描く図形は, 方程式 $\sqrt{\boxed{\quad}}$ で表される曲線から点 $\sqrt{\boxed{\quad}}$ を除いたものである。 P の x 座標の最大値は $\sqrt{\boxed{\quad}}$ である。

4 [1997 北星学園大]

座標平面上で原点 O から出る半直線の上に 2 点 P, Q があり $OP \cdot OQ = 2$ を満たしている。

- (1) 点 P, Q の座標をそれぞれ $(x, y), (X, Y)$ とするとき, x, y を X, Y で表せ。
- (2) 点 P が直線 $x - 3y + 2 = 0$ 上を動くとき, 点 Q の軌跡を求めよ。

5 [2016 島根大]

- (1) 2次方程式 $t^2 + 5t + 2 = 0$ の解を α, β とするとき, $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
- (2) u, v を実数とする。2次方程式 $t^2 - ut + v = 0$ が実数解をもつとき, 点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。
- (3) 平面上の点 (a, b) が原点を中心とする半径 1 の円の内部を動くとき, 点 $(a+b, ab)$ の動いてできる領域を図示せよ。