高3数学β　2017スタンダード演習　32.微分法(1)

$\boxed{1}$ [2005 京都大]

曲線 $y=x^3$ の $x>0$ の部分を C とする。C 上の点 P に対し，P における C の接線と x 軸との交点を Q とし，P における C の法線と y 軸との交点を R とする。P が C 上を動くとき，$\dfrac{\mathrm{OR}}{\mathrm{OQ}}$ の最小値を求めよ。ただし，O は原点である。

$\boxed{2}$ [1996 工学院大]

2 曲線 $y=x-x^3$，$y=x^3+px^2+qx+r$ は点 $\mathrm{P}(-1,0)$ で共通接線をもち，その接線上 P 以外の点で交わっている．p，q，r の値を求めよ．

$\boxed{3}$ [2003 西南学院大]

点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円 $C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ があり，点 P は直線 $l:y=-x-3$ 上にある．いま，円 C が放物線 $m:y=x^2$ と点 $\mathrm{Q}(-2,\ 4)$ で接しているとする．このとき，点 Q における共通接線の方程式を求めよ．また，a，b の値を求めよ．

$\boxed{4}$ [2010 早稲田大]

t を実数とする。2 つの放物線

$$y=x^2+1 \quad \cdots\cdots ①, \qquad y=-(x-t)^2+t \quad \cdots\cdots ②$$

の両方に接する 2 本の直線を ℓ_1，ℓ_2 とし，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を P，ℓ_1 と ① の接点を $\mathrm{A}(\alpha,\ \alpha^2+1)$，$\ell_2$ と ① の接点を $\mathrm{B}(\beta,\ \beta^2+1)$ とする。

(1) P の座標を α，β を用いて表せ。

(2) 三角形 APB の面積を $S(t)$ とするとき，$S(t)$ を t の式で表せ。

(3) $S(t)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ [2011 慶応義塾大]

関数 $f(x)=2x^3+9x^2+6x-1$ は $x=$ ア $\boxed{}$ で極小値 イ $\boxed{}$ をとる。

$\boxed{6}$［2015 琉球大］

関数 $f(x)=x^3+3ax^2+15x$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ が極大値，極小値をともにもつような a の値の範囲を求めよ。

(2)　(1) の a の値の範囲において，$f(x)$ の極大値と極小値の和を a を用いて表せ。

(3)　$f(x)$ の極大値と極小値の和が -18 のとき，a の値を求めよ。

$\boxed{7}$［2013 慶応義塾大］

関数 $f(x)=2x^3+9x^2-3x-7$ が $x=\alpha$ で極大値 M をとり，$x=\beta$ で極小値 m をとるとき，$\beta-\alpha=$ ${}^{ア}\boxed{}$ であり，$M-m=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{8}$［2003 西南学院大］

3 次関数 $f(x)=x^3-3mx^2+3mx$ がある．ただし，m は定数とする．

(1)　関数 $f(x)$ が極値をもつときの m の値の範囲を求めよ．

(2)　$f(x)$ が $x=\alpha$ で極大値，$x=\beta$ で極小値をとるとき，$f(\alpha)-f(\beta)=8\sqrt{2}$ を満たす m の値を求めよ．

$\boxed{9}$［2017スタンダードⅠⅡＡＢ受 東京大］

3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ は極大値と極小値をもち，それらを区間 $-1\leqq x\leqq 1$ 内でとるものとする。この条件を満たすような実数の組 $(a,\ b)$ の範囲を ab 平面上に図示せよ。