

1 [2001 芝浦工業大]

(1) すべての自然数 k に対して $\int_k^{k+1} (x^3 + ax^2 + bx + c)dx = k^3$ が成り立つように定数

a, b, c の値を定めよ.

(2) (1) を用いて次の和を求めよ.

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3$$

2 [2009 防衛大学校]

定積分 $\int_{-2}^4 |x^2 - 2x - 3|dx$ の値を求めよ。

3 [2011 九州歯科大]

定積分 $I = \int_{-1}^2 |x^3 - 3x^2 + 2x|dx$ の値を求めよ。

4 [2005 早稲田大]

$\int_{-2}^2 (|x^2 - 2x| + |x + 1| + |x - 1|)dx$ を求めよ。

5 [2007 公立はこだて未来大]

$f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形を座標平面にかけ。

(2) $a > 0$ のとき、定積分 $\int_0^a f(x)dx$ を求めよ。

6 [2009 早稲田大]

$f(x) = x^2 - x$, $g(x) = mx$ とする。積分 $h(m) = \int_0^3 |f(x) - g(x)|dx$ について、 m が

$0 \leq m \leq 3$ を満たしながら動くとき、 $h(m)$ の最大値は $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 最小値は

$\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{2}$ である。

7 [2011 北海道薬科大]

$f(x) = 3x^2 + \int_0^1 (2x+t)f'(t)dt$ を満たす 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

8 [2012 早稲田大]

定数関数でない関数 $f(x)$ が $f(x) = x^2 - \int_0^1 (f(t) + x)^2 dt$ を満たすとき, $f(x)$ を求めよ。

9 [2017スタンダード I II AB 受 小樽商科大]

$f(x)$ を x の整式とする。このとき, $x^4 + 2x^3 + \{f(x) + 4\}x^2 = \int_0^x tf(t)dt$ が x に関する恒等式になるという。 $f(x)$ の次数を定め, $f(x)$ を求めよ。

10 [2006 佐賀大]

関数 $f(x)$ が等式 $f(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t)dt + 2 \int_1^x f'(t)dt$ を満たすとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ は 2 次関数であることを示せ。 (2) $f(x)$ を求めよ。

11 [2013 福島大]

関数 $f(x)$, $g(x)$ は, 次の (A), (B) を満たすとする。

$$(A) \quad f(x) = x^2 + 2 \int_0^x g(t)dt \quad (B) \quad g(x) = f'(x) + \int_0^1 f(t)dt$$

- (1) 導関数 $f'(x)$ を $g(x)$ を用いて表せ。
(2) 関数 $f(x)$, $g(x)$ を求めよ。

12 [2015 上智大]

関数 $f(x)$, $g(x)$ が次の 2 つの式を満たしている。ただし, a は定数とする。

$$\begin{cases} \int_1^x f(t)dt = xg(x) - 2ax + 2 \\ g(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t)dt - 3 \end{cases}$$

このとき, $a = \boxed{}$ であり, $f(x) = \boxed{}x^2 + \boxed{}x - \boxed{}$ である。