高3数学β　2017スタンダード演習　補．確率漸化式

$\boxed{1}$ [2012 首都大学東京]

座標平面上で，x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点という。n を正の整数として，変数 x，y についての不等式 $|x|+|y|<n$ の表す領域内にある格子点 $(x,\ y)$ の個数を a_n とする。

(1)　a_1，a_2，a_3 を求めよ。

(2)　$a_{n+1}-a_n$ を n で表せ。

(3)　a_n を求めよ。

$\boxed{2}$ [1997 東京理科大]

容器 A には 3 % の食塩水が 300 g，容器 B には 6 % の食塩水が 300 g 入れてある．A, B からそれぞれ 100 g の食塩水をとって A の分を B に，B の分を A に入れる．このような操作を n 回 $(n=1, 2, \cdots\cdots)$ 繰り返して行った結果，A は a_n % の食塩水になった．

(1)　a_n と a_{n-1} $(n=2, 3, \cdots\cdots)$ の関係を示す式は $a_n=pa_{n-1}+q$ となる．p, q の値を求めよ．

(2)　a_n $(n=1, 2, \cdots\cdots)$ は，$a_n=c-dr^{n-1}$ と表される．r, c, d の値を求めよ．

$\boxed{3}$ [2009 横浜国立大]

赤，青，黄の 3 色を用いて，横 1 列に並んだ n 個のマスを，隣り合うマスは異なる色になるように塗り分ける。ただし，使わない色があってもよい。両端のマスが同じ色になる場合の数を a_n とし，両端のマスが異なる色になる場合の数を b_n とする。

(1)　a_3，b_3，a_4，b_4 を求めよ。

(2)　a_n，b_n $(n\geqq 3)$ を n の式で表せ。

$\boxed{4}$ [1999 一橋大]

3 つの文字 a，b，c を繰り返しを許して，左から順に n 個並べる．ただし，a の次は必ず c であり，b の次も必ず c である．このような規則を満たす列の個数を x_n とする．
例えば，$x_1=3$，$x_2=5$ である．

(1)　x_{n+2} を x_{n+1} と x_n で表せ．

(2)　$y_n=x_{n+1}+x_n$ とおく．y_n を求めよ．

(3)　x_n を求めよ．

$\boxed{5}$ [1999 一橋大]

2 つの箱 A，B のそれぞれに赤玉が 1 個，白玉が 3 個，合計 4 個ずつ入っている．1 回の試行で箱 A の玉 1 個と箱 B の玉 1 個を無作為に選び交換する．この試行を n 回繰り返した後，箱 A に赤玉が 1 個，白玉が 3 個入っている確率 p_n を求めよ．

$\boxed{6}$ ［2012 千葉大］

さいころを n 回 $(n \geqq 2)$ 投げ，k 回目 $(1 \leqq k \leqq n)$ に出る目を X_k とする。

(1)　積 X_1X_2 が 18 以下である確率を求めよ。

(2)　積 $X_1X_2 \cdots\cdots X_n$ が偶数である確率を求めよ。

(3)　積 $X_1X_2 \cdots\cdots X_n$ が 4 の倍数である確率を求めよ。

(4)　積 $X_1X_2 \cdots\cdots X_n$ を 3 で割ったときの余りが 1 である確率を求めよ。

$\boxed{7}$ ［2014 大阪大］

さいころを繰り返し投げ，n 回目に出た目を X_n とする。n 回目までに出た目の積 $X_1X_2 \cdots\cdots X_n$ を T_n で表す。T_n を 5 で割った余りが 1 である確率を p_n とし，余りが 2, 3，4 のいずれかである確率を q_n とする。

(1)　p_n+q_n を求めよ。

(2)　p_{n+1} を p_n と n を用いて表せ。

(3)　$r_n=\left(\dfrac{6}{5}\right)^n p_n$ とおいて r_n を求めることにより，p_n を n の式で表せ。

$\boxed{8}$ ［2000 工学院大］

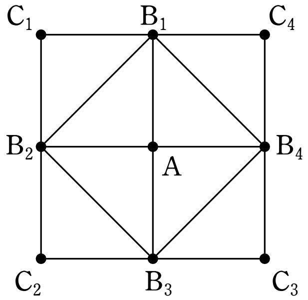
四面体 OABC の頂点を移動する点 P がある．点 P は 1 つの頂点に達してから 1 秒後に，他の 3 つの頂点のいずれかにおのおの確率 $\dfrac{1}{3}$ で移動する．頂点 O にいた点 P がそれから n 秒後に頂点 A にいる確率を p_n とする．

(1)　p_{n+1} を p_n を用いて表せ．

(2)　p_n を求めよ．

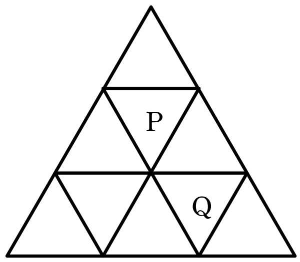
$\boxed{9}$ ［2011 早稲田大］

右の図のように 9 個の点 A，B_1，B_2，B_3，B_4，C_1，C_2，C_3，C_4 とそれらを結ぶ 16 本の線分からなる図形がある。この図形上にある物体 U は，毎秒 1 つの点から線分で結ばれている別の点へ移動する。ただし，U は線分で結ばれているどの点にも等確率で移動するとする。最初に点 A にあった物体 U が，n 秒後に点 A にある確率を a_n とすると，$a_0=1$，$a_1=0$ である。このとき a_n $(n \geqq 2)$ を求めよ。



$\boxed{10}$［2012 東京大］

図のように，正三角形を 9 つの部屋に辺で区切り，部屋 P，Q を定める。1 つの球が部屋 P を出発し，1 秒ごとに，そのままその部屋にとどまることなく，辺を共有する隣の部屋に等確率で移動する。球が n 秒後に部屋 Q にある確率を求めよ。



$\boxed{11}$［2013 大阪市立大］

点 P は数直線上を動くものとする。1 個のさいころを投げて，奇数の目が出たときには P は正の向きに 1 だけ進み，偶数の目が出たときには P は正の向きに 2 だけ進む。n を自然数とする。さいころを続けて投げて，出発点から P が進んだ距離が n 以上になったら，そこでさいころを投げるのをやめるものとする。このときに，出発点から P が進んだ距離がちょうど n である確率を a_n とする。また，$b_n=a_{n+1}-a_n$ とおく。

(1)　a_1，a_2，a_3 を求めよ。

(2)　a_{n+2} を a_{n+1}，a_n を用いて表せ。

(3)　b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(4)　b_n，a_n を求めよ。