

漸化式演習 2.基本型

① [2008 同志社大]

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1=3, a_{n+1}=2a_n+1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
- (2) $b_1=2, b_{n+1}=2b_n+n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
- (3) $c_1=2, c_{n+1}=2c_n+\frac{1}{2}n(n-1) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$

② [2003 信州大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3, a_{n+1}=2a_n+3^{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ を満たすとき、一般項 a_n を求めよ。

③ [2017 大阪大]

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=2, a_{n+1}=8a_n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とおく。数列 $\{P_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) $P_n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ。

④ [2013 山口大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = \frac{1}{4}, a_{n+1} = \frac{a_n}{4a_n + 5} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ で定められるとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は $b_{n+1} = 5b_n + 4 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ を満たすことを証明せよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。