

$n$  チームがリーグ戦を行う。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ1回ずつ対戦する。引き分けはないものとし、勝つ確率はすべて  $\frac{1}{2}$  で、各回の勝敗は独立に決まるものとする。このとき、 $(n-2)$  勝1敗のチームがちょうど2チームである確率を求めよ。ただし、 $n$  は3以上とする。

(03 京都大)

(解説)

$n$  チームを  $a_1, a_2, \dots, a_n$  とする

$a_1$  と  $a_2$  が  $(n-2)$  勝1敗のとき

(i)  $a_1$  が  $a_2$  に勝つ

$a_1$  は  $a_3$  から  $a_n$  の誰か1人  $a_k$  ( $k=3, 4, \dots, n$ ) に負けて、あとは勝つ  $(n-2)$  通り

$a_2$  は  $a_1$  に負けて、あとは勝つ 1通り

このとき、 $a_1$  に勝った  $a_k$  以外は  $a_1, a_2$  に負けて少なくとも2敗はしている

$a_1$  に勝った  $a_k$  は  $a_k$  以外の  $a_3$  から  $a_n$  に全勝しなければよい

あの試合はどちらが勝ってもよい

(ii)  $a_2$  が  $a_1$  に勝つ

(i)と同様

どの2チームが  $(n-2)$  勝1敗でもよいから、求める確率は

$${}_n C_2 \times 2 \times (n-2) \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)+(n-2)} \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}\right\}$$

$$n(n-1)(n-2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3n-6} (2^{n-3} - 1)$$

参考 よく分からなければ、リーグ戦表を書いてみて下さい。私もリーグ表を作り、それとともに解答を作成しました。