

原点を出発点として数直線上を動く点 P がある。次のような試行を考える。さいころを 1 回投げて、5 以上の目が出たときは点 P を正の向きに 1 だけ進め、4 以下の目が出たときは負の向きに 2 だけ進める。このような試行について、次の問いに答えよ。

- (1) この試行を 3 回行うとき、点 P が原点の位置にくる確率を求めよ。
- (2) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目に原点の位置にくる確率を求めよ。
- (3) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目のみ原点の位置にくる確率を求めよ。

(13 山口大)

解説

(1) 点 P が原点の位置にくるのは

5 以上の目が 2 回、4 以下の目が 1 回出ればよいから

$${}_3C_2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9}$$

(2) 点 P が 3 回目と 9 回目に原点の位置にくるのは

1 回目から 3 回目で 5 以上の目が 2 回、4 以下の目が 1 回出て

4 回目から 9 回目で 5 以上の目が 4 回、4 以下の目が 2 回出ればよいから

$$\frac{2}{9} \times {}_6C_4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{2187}$$

(3) 試行を 9 回行うとき、点 P が原点の位置にくるのは 3 回目、6 回目、9 回目のいずれか求める確率は、(2) で求めた確率から点 P が 3 回目、6 回目、9 回目のすべてで原点にくる確率を引いたものであるから

$$\frac{40}{2187} - \left(\frac{2}{9}\right)^3 = \frac{16}{2187}$$