

## 高3数学β 2017スタンダード演習 1.式の計算 演習

---

1 [2006 芝浦工業大]

$a = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$ ,  $b = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$  のとき,  $ab$ ,  $a + b$  の値を求めよ。

2 [2009 名城大]

$a^2 + \sqrt{2}b = \sqrt{5}$ ,  $b^2 + \sqrt{2}a = \sqrt{5}$ ,  $a \neq b$  のとき,  $a + b$ ,  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$  の値を求めよ。

3 [2009 東京薬科大]

実数  $x$  が  $x + \frac{1}{x} = 4$  を満たすとき,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ,  $x - \frac{1}{x}$  の値を求めよ。

4 [1999 立教大]

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$  のとき,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ,  $x^5 - \frac{1}{x^5}$  の値を求めよ. ただし  $0 < x < 1$  とする.

5 [1996 立教大]

$x^6 + 4x^3 - 1 = 0$  の2つの相異なる実数解を  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\alpha\beta, \alpha + \beta$  の値を求めよ.

6 [2003 愛知教育大]

2次方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  の相異なる解を  $\alpha, \beta$  とし,  $a_n = \alpha^n + \beta^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする.

(1)  $a_1, a_2, a_3, a_4$  を求めよ.

(2)  $n \geq 3$  のとき,  $a_n$  を  $a_{n-1}$  と  $a_{n-2}$  を用いて表せ.

7 [1998 鳥取大]

$a, b, c$  が,  $a + b + c = 1$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$  を満たすとき

(1)  $abc$  の値を求めよ.

(2)  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  の値を求めよ.

(3)  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$  の値を求めよ.

8 [2009 名城大]

$\frac{3-\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$  の分母を有理化せよ。

9 [2007 東京工科大]

$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$  の分母を有理化せよ。

10 [2011 昭和薬科大]

$x=2+\sqrt{3}$  のとき、式  $x^4-3x^3+7x^2-3x+8$  の値を求めよ。

11 [1996 明治大]

$i^2=-1$  として、 $x=2+\sqrt{3}i$  のとき、 $x^4-4x^3+10x^2-15x+20$  の値を求めよ。

12 [2005 学習院大]

2 次方程式  $x^2+3x+8=0$  の解を  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$  と  $\alpha^4+21\beta^3$  の値を求めよ。

13 [2010 富山大]

2 次方程式  $x^2+2x+3=0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、2 つの数  $\frac{4\alpha^2+5\alpha+6}{4\beta^2+5\beta+6}$ ,

$\frac{4\beta^2+5\beta+6}{4\alpha^2+5\alpha+6}$  を解とする 2 次方程式を 1 つ作れ。

14 [1997 東北学院大]

方程式  $x^2-x+1=0$  の解を  $\alpha$  と  $\beta$  とするとき

(1)  $\alpha^2+\beta^2$  の値を求めよ。

(2)  $\alpha^3+\beta^3$  の値を求めよ。

(3)  $\alpha^{45}+\beta^{45}$  の値を求めよ。