

1 [2005 立命館大]

関数 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ の $-1 \leq x \leq 3$ における最大値, 最小値を求めよ。

2 [2008 中央大]

実数 a に対し, 関数 $f(x) = x^3 - 3x$ の $a \leq x \leq a+1$ における最小値を $m(a)$ とおく。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の極値を求め, そのグラフをかけ。
- (2) $f(a) = f(a+1)$ を満たす a の値を求めよ。
- (3) a の値で場合を分けて, $m(a)$ を a の式として表せ。
- (4) 横に a 軸, 縦に b 軸をとり, 平面上に曲線 $b = m(a)$ の概形をかけ。

3 [1999 中央大]

定数 a に対し, 関数 $f(x) = x^3 - 3a^2x$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値を $M(a)$ とおく。
 a が実数全体を動くときの $M(a)$ の最小値を求めよ。

4 [1998 神戸大]

$a > 0$ とする. 関数 $f(x) = |x^3 - 3a^2x|$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値を $M(a)$ とするとき

- (1) $M(a)$ を a を用いて表せ。
- (2) $M(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

5 [2014 東京理科大]

k を定数として、3 次方程式 $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x - k = 0$ …… (*) を考える。

(1) この方程式が、異なる 3 つの実数解をもつような k の値の範囲は

$$-\frac{\text{ア}}{\text{イ}} < k < \frac{\text{イ}}{\text{ウ}} \dots\dots (**) \text{である。}$$

(2) k が (**) の範囲にあるとき、方程式 (*) の 3 つの解を α, β, γ (ただし $\alpha < \beta < \gamma$) とおく。

(a) k が (**) の範囲を動くとき、 α, β, γ のとりうる値の範囲は、それぞれ

$$-\frac{\text{エ}}{\text{オ}} < \alpha < -\frac{\text{カ}}{\text{キ}}, \quad -\frac{\text{キ}}{\text{ク}} < \beta < \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}, \quad \frac{\text{ケ}}{\text{サ}} < \gamma < \frac{\text{コ}}{\text{セ}}$$

である。

(b) k が (**) の範囲を動くとき、 α と γ の積 $\alpha\gamma$ が最小となるのは

$$k = -\frac{\text{シ}}{\text{ス}} \text{ のときであって、} \alpha\gamma \text{ の最小値は } -\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} \text{ である。}$$

6 [2002 愛知教育大]

方程式 $x^3 - 3ax + 4\sqrt{2} = 0$ (a は定数) について、異なる実数解の個数を調べよ。

7 [1997 筑波大]

$a > 0$ とし、 $f(x) = x^3 - 3a^2x + b$ とおく。

(1) $y = f(x)$ の極値を求めよ。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ が、相異なる実数の解をちょうど n 個もつための a, b の関係を、 $n = 1, 2, 3$ の場合に分けて、求めよ。

8 [2009 名古屋市立大]

関数 $y = f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$ のグラフについて、次の問いに答えよ。

(1) このグラフ上の点 $(p, f(p))$ における接線の方程式を求めよ。

(2) a を実数とする。点 $(2, a)$ からこのグラフに引くことのできる接線の本数を求めよ。

(3) このグラフに 3 本の接線を引くことができる点全体からなる領域を求め、図示せよ。

9 [2005 東京理科大]

t を実数として、2つの関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x, \quad g(x) = -9x^2 + 27x + t$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1) $x \geq 0$ を満たす任意の x に対して $f(x) \geq g(x)$ となる t の範囲を求めよ。
- (2) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ を満たす任意の x_1, x_2 に対して $f(x_1) \geq g(x_2)$ となる t の範囲を求めよ。

10 [2009 岡山大]

- (1) a を実数とする。 $x \leq 0$ において、常に $x^3 + 4x^2 \leq ax + 18$ が成り立っているものとする。このとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) (1) で求めた範囲にある a のうち、最大のものを a_0 とするとき、不等式 $x^3 + 4x^2 \leq a_0x + 18$ を解け。

11 [1998 慶応義塾大]

すべての $x \geq 0$ に対して、 $x^3 - 3x^2 \geq k(3x^2 - 12x - 4)$ が成り立つ定数 k の値の範囲を求めよ。