

積分の計算 2.積分の基本(2)

1

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{2x^2-1}{x+1} dx \qquad (2) \int \frac{x^2+x+1}{x^2+1} dx$$

2

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} dx \qquad (2) \int_2^3 \frac{dx}{x^2-1} \qquad (3) \int \frac{1}{x(x+1)(x+2)} dx$$
$$(4) \int \frac{x^3}{x^2+x-2} dx$$

3

次の積分を計算せよ.

$$(1) \int \frac{dx}{x(x^2+1)} \qquad (2) \int \frac{4x^2+x+1}{x^3-1} dx \qquad (3) \int_0^1 \frac{2x+1}{(x+1)^2(x-2)} dx$$

4 [2000 神戸大]

関数 $f(x) = \frac{1}{x^3(1-x)}$ について, 次の問いに答えよ.

$$(1) f(x) = \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \frac{a_3}{x^3} + \frac{b}{1-x} \text{ において, 定数 } a_1, a_2, a_3, b \text{ を求めよ.}$$

$$(2) \text{ 不定積分 } \int f(x) dx \text{ を求めよ.}$$

$$(3) \text{ 同様にして, 不定積分 } \int \frac{dx}{x^p(1-x)} \text{ } (p=1, 2, 3, \dots) \text{ を求めよ.}$$

5

次の積分を計算せよ.

$$(1) \int \sin^2 x dx \qquad (2) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi} \sin x \cos x dx \qquad (3) \int (\sin x - \cos x)^2 dx$$

$$(4) \int \cos^4 x dx$$

6

次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \sin 2x \cos 3x dx \qquad (2) \int \cos x \cos 3x dx$$

積分の計算 2.積分の基本(2)

7 [2009 東北学院大]

(1) $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$ を求めよ。

(2) $\int_0^{\pi} \cos mx \cos nx dx$ を求めよ。ただし m, n は自然数とする。

(3) $\int_0^{\pi} \left(\sum_{k=1}^n \cos kx \right)^2 dx$ を求めよ。

8 [芝浦工業大]

定積分 $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta}{2\sin\frac{\theta}{2}} d\theta$ を次の順に求めよう。

(1) $2\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{1}{2} + \cos\theta + \cos 2\theta + \cdots + \cos n\theta\right)$

$= \sin\frac{\theta}{2} + \sum_{k=1}^n \left\{ \boxed{} - \boxed{} \right\} = \boxed{}$

(2) $\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos k\theta \right) d\theta = \boxed{}$

よって、(1)から $I = \boxed{}$ である。