高3数学α　数学Ⅲスタ演　4.2次曲線(2)

$\boxed{1}$ [2004 筑波大]

楕円 $C:\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ 上の点で，$x \geqq 0$ の範囲にあり，定点 A$(0,\ -1)$ との距離が最大となる点を P とする.

(1)　点 P の座標と線分 AP の長さを求めよ.

(2)　点 Q は楕円 C 上を動くとする．△APQ の面積が最大となるとき，点 Q の座標および △APQ の面積を求めよ.

$\boxed{2}$ [2008 信州大]

曲線 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ $(x>0,\ y>0)$ 上の動点 P における接線と，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。このとき，線分 QR の長さの最小値と，そのときの点 P の座標を求めよ。

$\boxed{3}$ [1998 青山学院大]

楕円 $\dfrac{x^2}{13^2}+\dfrac{y^2}{12^2}=1$ と双曲線 $\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{3^2}=1$ がある．第 1 象限におけるこれら 2 曲線の交点を P とする.

(1)　点 P においてこの楕円に引いた接線の方程式を求めよ.

(2)　点 P においてこれら 2 曲線に引いた接線が，直交することを示せ.

$\boxed{4}$ [2008 福岡教育大]

楕円 $C:x^2+4y^2=5$ について，次の問いに答えよ。

(1)　楕円 C 上の点 P$(a,\ b)$ における接線の方程式は $ax+4by=5$ で表されることを示せ。

(2)　点 A$\left(1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ から楕円 C に 2 本の接線を引き，その接点を T_1，T_2 とする。このとき，2 点 T_1，T_2 を通る直線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ [2012 弘前大]

xy 平面上の楕円 $4x^2+9y^2=36$ を C とする。

(1)　直線 $y=ax+b$ が楕円 C に接するための条件を a と b の式で表せ。

(2)　楕円 C の外部の点 P から C に引いた 2 本の接線が直交するような点 P の軌跡を求めよ。

高3数学α　数学Ⅲスタ演　4.2次曲線(2)

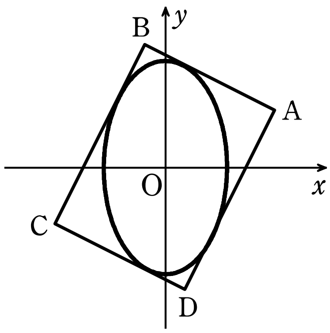
$\boxed{6}$ [2001 信州大]

xy 平面上の長方形 ABCD と楕円 $x^2+\dfrac{y^2}{3}=1$ が図のように4点で接している．辺 AB の傾きを $-m$ $(m>0)$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1)　楕円と辺 AB の接点を $(x_1,\ y_1)$ とおく．x_1，y_1 を m で表せ．

(2)　原点 O と AB との距離を m を用いて表せ．

(3)　長方形 ABCD の面積の最大値とそのときの m の値を求めよ．



$\boxed{7}$ [2018 札幌医科大]

$a>0$ とし，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ は，y 軸からの距離 d_1 と点 $(2,\ 0)$ からの距離 d_2 が $ad_1=d_2$ を満たすものとする。a が次の値のとき，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の軌跡を求めよ。

(1)　$a=\dfrac{1}{2}$　　　(2)　$a=1$　　　(3)　$a=2$

$\boxed{8}$ [1996 東邦大]

xyz 空間において，点 $\mathrm{A}(1, 0, 1)$ を中心とする半径 1 の球を S とする．点 $\mathrm{B}(0, 0, 3)$ に点光源があるとき，xy 平面上で球 S の影になる部分について，それを表す式を求め，xy 平面上に図示せよ．

$\boxed{9}$ [2000 大阪女子大]

平面上の点の極座標を $(r,\ \theta)$ とする．方程式 $r=\dfrac{1}{1+a\cos\theta}$ について

(1)　この方程式は $a=\pm1$ ならば放物線，$|a|<1$ ならば楕円を表すことを示せ．

(2)　上の方程式が表す曲線と y 軸は a の値に関係なく $y=\pm1$ で交わることを示せ．

(3)　$|a|<1$ のとき，楕円の第 1 象限にある部分および x 軸，y 軸で囲まれる図形を D とする．図形 D を x 軸の周りに回転させてできる立体の体積を求めよ．