高3数学β　2017スタンダード演習　20.図形の性質

$\boxed{1}$ [2012 西南学院大]

△ABCについて，2つの命題 P，Q を考える。

P : AC＞AB　ならば　∠B＞∠C

Q : ∠B＞∠C　ならば　AC＞AB

次の問いに答えよ。ただし，二等辺三角形の2つの底角が等しいことは前提としてよい。

(1)　命題 P を証明せよ。

ヒント：辺AC上にAB＝ADとなる点Dをとって考えよ。

(2)　命題 Q を，背理法を用いて証明せよ。ただし，証明に際して，(1)で証明した命題 P を用いてよい。

$\boxed{2}$ [2013 福岡大]

△ABCの内心をOとし，直線AOと辺BCの交点をDとする。AB＝3，BC＝6，CA＝4のとき，AO : OD＝$\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$ [2004 埼玉工業大]

△ABCにおいて，BC＝5，CA＝3，AB＝7とする．∠Aおよびその外角の2等分線が直線BCと交わる点をそれぞれD，Eとするとき，線分DEの長さを求めよ．

$\boxed{4}$ [1997 宮崎大]

(1)　△ABCにおいて，辺ABの延長上にAD : DB=3 : 2となるように点Dをとり，辺BCの延長上にBE : EC=10 : 3となるように点Eをとる．直線ACと直線DEの交点をFとするとき，$\dfrac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FC}}$ を求めよ．

(2)　△ABCの内部の点Pと3頂点A, B, Cとを結ぶ直線が対辺BC, CA, ABと交わる点をそれぞれD, E, Fとする．BD : DC=2 : 3, FP : PC=1 : 2であるとき，$\dfrac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}$ を求めよ．

$\boxed{5}$ [2015 西南学院大]

鋭角三角形 ABC において，A から辺 BC に下ろした垂線の足を D，C から辺 AB に下ろした垂線の足を E とする。AD と CE の交点を F とし，BF の延長と辺 AC の交点を G とする。

(1) 四角形 BDFE は円に内接することを証明せよ。

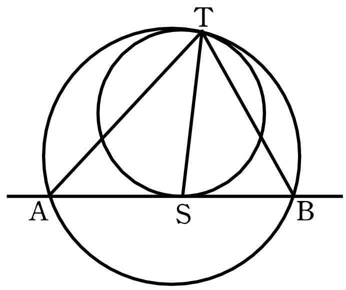
(2) 四角形 AEDC は円に内接することを証明せよ。

(3) 三角形 ABG と三角形 ACE は相似であることを証明せよ。

(4) 四角形 AEFG は円に内接することを証明せよ。

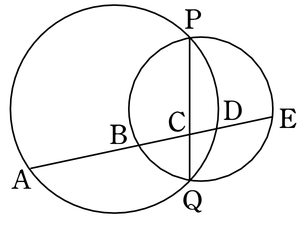
$\boxed{6}$ [2010 神戸学院大]

図のように，大きい円に小さい円が点 T で内接している。点 S で小さい円に接する接線と大きい円との交点を A，B とするとき，∠ATS と ∠BTS が等しいことを証明せよ。



$\boxed{7}$ [2014 佛教大]

右図のように 2 つの円の交点を P，Q とする。また，円と線分 PQ に交わる直線を図のように引き，交点を A，B，C，D，E とする。AB＝6，BC＝4，CD＝3 であるとき，DE＝$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

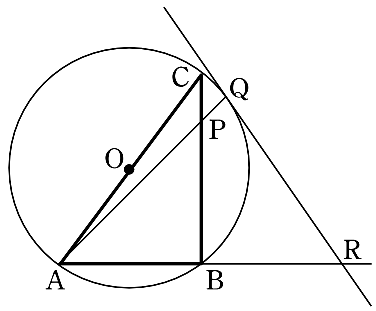


$\boxed{8}$ [2011 岩手大]

三角形 ABC の辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D，辺 AC を 3 : 5 に内分する点を E とする。4 点 B，C，E，D が同一円周上にあるとき，辺 AB と辺 AC の長さの比 AB : AC を求めよ。

$\boxed{9}$ ［2004 同志社女子大］

AB＝6，BC＝8，CA＝10 の直角三角形 ABC の外接円の中心を O とする．図のように，辺 BC 上に点 P をとり，線分 AP の延長と円 O との交点を Q とし，Q における円 O の接線と辺 AB の延長との交点を R とする．



(1)　BR＝4 のとき，QR＝$^{ア}\boxed{}$ である．

(2)　BP＝6 のとき，BQ＝$^{イ}\boxed{}$，AQ＝$^{ウ}\boxed{}$

　であるから，QR＝$^{エ}\boxed{}$BR である．

(3)　BP＝6 のとき，(2) を用いると BR＝$^{オ}\boxed{}$ である．

$\boxed{10}$ ［2001 大阪歯科大］

大小 2 つの円に関して，次のことを証明せよ．

(1)　2 つの円が交わっているとき，2 つの円の共通接線の 2 つの接点を A，B とする．このとき，2 つの円の共通弦の延長線は，線分 AB を 2 等分する．

(2)　2 つの円が外接しているとき，その接点を通る接線上の外の点から，2 つの円に交わる直線を 2 本引く．このとき，4 つの交点は，同一円周上にある．

$\boxed{11}$ ［2008 東京慈恵会医科大］

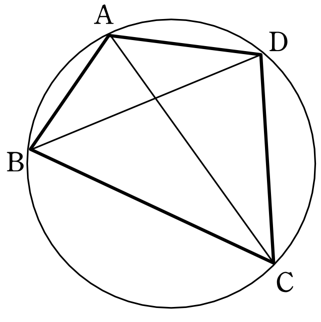
右の図のように，円に内接する四角形 ABCD がある。

AB＝a，BC＝b，CD＝c，DA＝d とするとき，

$$\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BD}=ac+bd \quad \cdots\cdots ①$$

が成り立つ。

対角線 BD 上に点 E を，∠CAD＝∠BAE となるようにとって，等式 ① が成り立つことを証明せよ。



$\boxed{12}$ [2015 大阪経済大]

(1) 正八面体の面の数は $^{ア}\boxed{}$ である。正八面体の 1 つの面の頂点の数は $^{イ}\boxed{}$，1 つの頂点に集まる面の数は $^{ウ}\boxed{}$ であるので，正八面体の頂点の数は $^{エ}\boxed{}$ である。また，正八面体の 1 つの面の辺の数は $^{オ}\boxed{}$，1 つの辺に集まる面の数は $^{カ}\boxed{}$ であるので，正八面体の辺の数は $^{キ}\boxed{}$ である。

(2) 凸多面体の頂点，辺，面の数を，それぞれ v，e，f とすると $v-e+f=$ $^{ク}\boxed{}$ が成り立つことが知られている。

(3) 12 個の正五角形の面と 20 個の正六角形の面からなる凸多面体があり，どの頂点にも 1 個の正五角形と 2 個の正六角形の面が集まっている。この多面体の頂点の数は $^{ケ}\boxed{}$ であり，辺の数は $^{コ}\boxed{}$ である。

(4) 各面が正三角形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{サ}\boxed{}$ か $^{シ}\boxed{}$ か $^{ス}\boxed{}$ である。各面が正方形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{セ}\boxed{}$ である。各面が正五角形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{ソ}\boxed{}$ である。ただし，$^{サ}\boxed{}$，$^{シ}\boxed{}$，$^{ス}\boxed{}$ の解答の順序は問わない。