

2つのチーム S と T が野球の試合を繰り返し行い、先に 4 勝したチームを優勝とする。  
 第 1, 2, 6, 7 戦は S のホームゲームであり、第 3, 4, 5 戦は T のホームゲームである。  
 S のホームゲームで S が勝つ確率は  $\frac{3}{5}$  であり、T のホームゲームで T が勝つ確率は  $\frac{5}{6}$   
 とする。各試合で引き分けはないものとするとき、次の問いに答えよ。  
 (1) どちらかの優勝が決まるまでに S が 1 勝以上する確率を求めよ。  
 (2) T のホームゲームで T が優勝する確率を求めよ。  
 (3) 第 1, 2 戦とも S が勝ち、かつ S が優勝する確率を求めよ。

(21 岡山大)

解説

(1) どちらかの優勝が決まるまでに S が 1 勝以上するの余事象は、  
 S が 1 勝もしないで敗退するであるから、求める確率は

$$1 - (S \text{ が } 1 \text{ 勝もしない}) = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

(2) T のホームゲームで T が優勝するには、T が第 4 戦か第 5 戦で優勝すればよい  
 勝ちチームが

TTTT

STTTT, TSTTT, TTSTT, TTTST

となればよいから

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{5}{18} + \frac{1}{27} = \frac{23}{54}$$

(3) S が 4 勝 0 敗のとき、第 3 戦、第 4 戦で S が勝てばよい

S が 4 勝 1 敗のとき、第 3 戦、第 4 戦で S が 1 勝 1 敗で、第 5 戦で S が勝てばよい

S が 4 勝 2 敗のとき、第 3 戦から第 5 戦で S が 1 勝 2 敗で、第 6 戦で S が勝てばよい

S が 4 勝 3 敗のとき、第 3 戦から第 6 戦で S が 1 勝 3 敗で、第 7 戦で S が勝てばよい  
 から

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{6}\right)^2 + {}_2C_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{5}{6} + {}_3C_1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right] \right. \\ & \left. = \frac{9}{25} \cdot \frac{1}{6^2} \cdot \left(1 + \frac{5}{3} + \frac{15}{2} + 3 + \frac{15}{2}\right) = \frac{31}{150} \right\} \end{aligned}$$