

高3 数学B 17. 確率

①

出た目の積が奇数になるには
出た目がすべて奇数であればよいから

$$\frac{3^4}{6^4} = \frac{1}{16} //$$

出た目のすべての積が4の倍数となる確率は

1- 出た目のすべての積が4の倍数にならない

① 出た目がすべて奇数

② ②が6のうち1個、他は奇数

$$= 1 - \frac{3^4 + 4 \times 2 \times 3^3}{6^4}$$

$$= \frac{37}{48} //$$

<point>

① 確率を直接求めづらい場合は
余事象を利用。

②

① $\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & & & & \textcircled{7} \end{matrix}$

まず0以外の7文字をAもA₁, A₂と区別して並べ、①~⑦に0₁, 0₂, 0₃を入れる。

$$\frac{7! \cdot 3P_3}{10!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{7}{15} //$$

② とこかで、同じ文字が隣り合う確率は

1- 同じ文字が隣り合わない

同じ文字が隣り合わないのは

まず0以外の7文字をAもA₁, A₂と区別して並べ

① Aが隣り合うとき

(A₁A₂)を1人とみて、6人を並べ

$\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & & & \textcircled{6} \end{matrix}$

A₁とA₂の間に0₁~0₃を入れて、①~⑥に残りの2つの0を入れる

$$\frac{6! \cdot 2! \cdot 3 \cdot 2P_2}{A_1, A_2 \text{を並べ}}$$

② Aが隣り合わないとき

$\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & & & & \textcircled{7} \end{matrix}$

$$\frac{(7! - 6! \cdot 2!) \cdot 3P_3}{A_1, A_2 \text{を並べ}}$$

①, ②より

$$1 - \frac{6! \cdot 2! \cdot 3 \cdot 2P_2 + (7! - 6! \cdot 2!) \cdot 3 \cdot 2P_2}{10!}$$

$$= 1 - \frac{6! \cdot 8 \cdot 6 (6 + 5 \cdot 8)}{10!}$$

$$= 1 - \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{7}{15} //$$

<point>

① 確率では同じものも区別して考えるのが基本

注

この問題には同じものを区別して並べたり、0やAを区別して考えた。この問題の状況すべてを並べるので、同じものを区別して並べたり考えても重複がすべて3!・2!通りなので、問題ないから、考えている全事象のすべてが

同様に確からしくなぐなることも
起こる場合があるので同じものも
区別して考えた方が無難。

⑨

あいこ = 1 - 勝負がつく
手か 2 種類

$$= 1 - \frac{{}_2C_2(2^n - 2)}{2^n}$$

$$= \frac{2^{n-1} - 2^n + 2}{2^{n-1}}$$

【別解】

あいこ = 1 - 勝負がつく
方針: 手て

$$= 1 - \frac{{}_nC_1 \cdot 2 + {}_nC_2 \cdot 2^2 + \dots + {}_nC_{n-1} \cdot 2^{n-1}}{2^n}$$

$$= 1 - \frac{{}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_{n-1}}{2^{n-1}}$$

$$= 1 - \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \leftarrow {}_nC_0 + {}_nC_1 + \dots + {}_nC_n = 2^n$$

$$= \frac{2^{n-1} - 2^n + 2}{2^{n-1}}$$

<point>

- ① シャンケンは 3 面のサイコロ。
② あいこは余事象

④

d) $P_1 = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$

e) $P_2 = \frac{5^3 - 4^3}{6^3} = \frac{61}{216}$



⑤ 出る目の和が 8 となるのは
3 面のサイコロの目か。

(1, 1, 6), (1, 2, 5), (1, 3, 4),
(2, 2, 4), (2, 3, 3)

のとき 数字の並び

$$P_3 = \frac{\frac{3!}{2!} \times 3 + 3! \cdot 2}{6^3} = \frac{21}{216} = \frac{7}{72}$$

⑤

d) $6 = 2 \times 3$

A: 少なくとも 1 つは 2 の倍数かある

B: " 3 "

事象とする

求める確率は $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B})$$

$$= 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B}) \leftarrow \text{トイエルソン}$$

ここで 1 個も 2 の倍数 1 個も 3 の倍数 1 個も 2 の倍数も 3 の倍数もない
→ あり 1, 2, 5 → → あり 1, 2, 4, 6 → → あり 1, 5

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$= \frac{3^2}{6^2} + \frac{4^2}{6^2} - \frac{2^2}{6^2}$$

$$= \frac{21}{96} = \frac{7}{32}$$

よって

$$P(A \cap B) = \frac{5}{32}$$

e) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{3^2}{6^2} + \frac{4^2}{6^2} - \frac{2^2}{6^2}$

$$= \frac{89}{216}$$

よって

$$P(A \cap B) = \frac{127}{216}$$

e) $P(A \cap B) = 1 - \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right\}$

[17]

d) Xが5の倍数となるためには
5を引きあとの9枚は何でもよい。
から

$$\frac{1 \times 8 C_9}{9 C_9} = \frac{\cancel{8} \times \cancel{7} \times \cancel{6}}{\cancel{9} \times \cancel{8} \times \cancel{7} \times \cancel{6}} = \frac{4}{9}$$

e) 10 = 2 × 5

A: 少なくとも1枚は2の倍数を含む

B: " " " "

事象とする

求める確率は $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B})$$

$$= 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

ここで、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
から4枚 5枚から6枚 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$= \frac{5 C_4 + 5 C_4 - 4 C_4}{9 C_4}$$

$$= \frac{5 + 5 - 1}{126} = \frac{9}{126}$$

よって

$$P(A \cap B) = 1 - \frac{9}{126} = \frac{117}{126}$$

e) C: 少なくとも1枚は3の倍数を含む

事象とする

求める確率は $P(A \cap C)$

$$P(A \cap C) = 1 - P(\overline{A \cap C})$$

$$= 1 - P(\overline{A} \cup \overline{C})$$

ここで、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
から4枚 5枚から6枚 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$P(\overline{A} \cup \overline{C}) = P(\overline{A}) + P(\overline{C}) - P(\overline{A} \cap \overline{C})$$

$$= \frac{5 C_4 + 6 C_4}{9 C_4}$$

$$= \frac{5 + 6}{126} = \frac{11}{126}$$

よって

$$P(A \cap C) = \frac{117}{126}$$

[6]

$$d) P_n = \frac{6 C_1 \times n C_a}{n C_9} = \frac{6 \times \frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)(n+3)}{6}} = \frac{18n(n-1)}{(n+5)(n+4)(n+3)}$$

$$P_{n+1} = \frac{18(n+1)(n)}{(n+6)(n+5)(n+4)}$$

$P_{n+1} < P_n \Leftrightarrow \frac{P_{n+1}}{P_n} < 1 \Leftarrow P_{n+1} - P_n < 0$ としてもよい
高次差を作り
^ 共通のものを約分して、
約分したら < 0 になりすぎる

$$= \frac{(n+1)(n)}{(n+6)(n+1)} < 1$$

$$(n+1)(n) < (n+6)(n+1)$$

$$n < n+6 \Leftrightarrow n < 6n-7$$

$$\therefore n > 11$$

よって $P_n > P_{n+1}$ を満たす最小の n は

$$n = 12$$

e) 同様にして

$P_n < P_{n+1}$ となる n は $n < 11$ のとき

$$P_n = P_{n+1} \quad n = 11 \quad \text{より}$$

$$P_0 < P_1 < \dots < P_{10} < P_{11} = P_{12} > P_{13} > \dots$$

よって P_n を最大にする n は

$$n = 11, 12$$

<point>

① 確率の最大値