高3数学β　18. 確率(2)

[1]

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^8 = \frac{256}{6561}$

(2) 問1から問4までに2題以上正解する確率は

1 − 問1から問4までに正解が1題以下

$= 1 - \left\{\underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^4}_{\text{全問不正解}} + \underbrace{{}_4C_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3}_{\text{1題正解}}\right\}$

$= \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$

問5から問8までに1題以上正解する確率は

$1 - \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^4}_{\text{全問不正解}} = \frac{65}{81}$

よって求める確率は

$\frac{11}{27} \times \frac{65}{81} = \frac{715}{2187}$

(3) 題意を満たすのは

○○○○○×△△
×○○○○○×△
△×○○○○○×
△△×○○○○○

← どこから連続正解がはじまるかで場合分け

○：正解, ×：不正解, △：どちらでもよい

$2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$= \frac{12+8}{2187} = \frac{20}{2187}$

<point>

① 独立試行の確率

[2]

(1) 誰かが2連勝して終わる確率は

1 − 毎回勝者が変わる

$= 1 - \underbrace{1}_{\text{1回目はどちらが勝ってもよい}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{8}$

(2) Aが2連勝して終わるのは

A − A
B − C − A − A

のパターンのみ

これらは排反なので

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{16}$

注

Bが2連勝して終わるのは $\frac{5}{16}$

C　〃　$\frac{7}{8} - 2 \cdot \frac{5}{16} = \frac{4}{16}$

巴戦は実力が同じ場合は
はじめに戦った2人が有利

<point>

① 巴(ともえ)戦の確率

[3]

表が3回出る確率は

${}_5C_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$

表が続けて3回以上出るのは

○○○△△
×○○○△
△×○○○

○：表, ×：裏, △：どちらでもよい

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

<point>

① 反復試行の確率（結果が2通り）

$\boxed{4}$

$$\frac{7!}{3!2!2!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{35}{432}$$

<point>

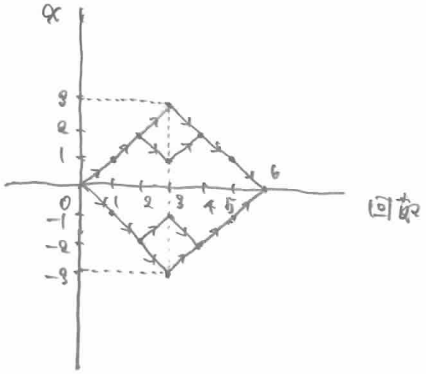
① 反復試行の確率（結果が3通り以上）

$\boxed{5}$

(1) $${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$$

(2) $${}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\times{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=\frac{3}{16}$$

(3)



題意を満たす点Aの推移は上の4通り

$$4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{16}$$

$\boxed{6}$

(i) 4勝0敗

AAAA
BBBB

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4\times 2=\frac{1}{8}$$

(ii) 4勝1敗

A
A 3勝1敗

B
B 3勝1敗

$${}_4C_3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot 2=\frac{1}{4}$$

(iii) 4勝2敗

A
A 3勝2敗

B
B 3勝2敗

$${}_5C_3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2=\frac{5}{16}$$

(iv) 4勝3敗

$${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2}\cdot 2=\frac{5}{16}$$

(i)〜(iv)より

6試合目、または7試合目で優勝が決まる確率が最も高く、その確率は$\frac{5}{16}$

<point>

① 日本シリーズの確率

7

(1) $P(A)=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{6^3}=\dfrac{5}{9}$

(2) $\overline{B}$：すべてが1の目でない.

$P(\overline{B})=\dfrac{5^3}{6^3}=\dfrac{125}{216}$

(3) $P(B)=1-P(\overline{B})$

$=1-\dfrac{125}{216}=\dfrac{91}{216}$

(4) $P(A\cap B)=\dfrac{3\times5\times4}{6^3}=\dfrac{5}{18}$

(5) $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{5}{18}}{\frac{91}{216}}=\dfrac{60}{91}$

<point>

① 条件付き確率

8

D：不良品をひく

E：A社から仕入れたものをひく

事象とする

	製品	不良品
A社	4400	132
B社	3300	132
C社	2200	110
計	9900	374

$P_D(E)=\dfrac{n(D\cap E)}{n(D)}=\dfrac{132}{374}=\dfrac{6}{17}$

$n(P)$：事象Pを満たすものの個数

[別解]

$P(D)=\underbrace{\dfrac{4}{9}}_{\text{A社}}\times\underbrace{\dfrac{3}{100}}_{\text{不良}}+\underbrace{\dfrac{3}{9}}_{\text{B社}}\times\underbrace{\dfrac{4}{100}}_{\text{不良}}+\underbrace{\dfrac{2}{9}}_{\text{C社}}\times\underbrace{\dfrac{5}{100}}_{\text{不良}}$

$P(D\cap E)=\dfrac{4}{9}\times\dfrac{3}{100}$

$P_D(E)=\dfrac{P(D\cap E)}{P(D)}=\dfrac{4\times3}{4\times3+3\times4+2\times5}$

$=\dfrac{12}{34}=\dfrac{6}{17}$

<point>

① 原因の確率

$\boxed{9}$

(1) 3人→1人

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{1}{3} \,//$$ ← 誰がどの手で / 手の出方全体

(2) 3人→3人→1人 (i)
　　　↘2人→1人 (ii)

3人→2人

$$\frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{3^3} = \frac{1}{3}$$

3人→3人

$$1-\Big(\underbrace{\frac{1}{3}}_{3人\to1人}+\underbrace{\frac{1}{3}}_{3人\to2人}\Big)=\frac{1}{3}$$

↖ あいこは余事象

2人→1人

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{3^2} = \frac{2}{3}$$

求める確率は

$$\underbrace{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}_{(i)}+\underbrace{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}_{(ii)}=\frac{1}{3}\,//$$

(3) 3人→3人→3人→1人
　　　　　　↘2人→1人
　　　↘2人→2人→1人

2人→2人

$$1-\underbrace{\frac{2}{3}}_{2人\to1人}=\frac{1}{3}$$

求める確率は

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}$$

$$=\frac{5}{27}\,//$$

(4) (i) 1～n−1回目で 3人→3人
n回目で 3人→1人

(ii) 1～n−1回目のどこかで 3人→2人
2人→2人が続いて
n回目で 2人→1人

求める確率は

$$\underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)^n}_{(i)}+\underbrace{(n-1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\cdot\frac{2}{3}}_{(ii)}$$

$$=\frac{2n-1}{3^n}\,//$$

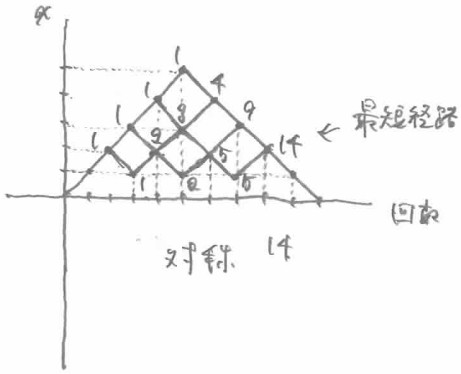
$\boxed{13}$

(1) 奇数5回、偶数5回となればよいから

$${}_{10}C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{63}{256}\,//$$

(2) $\boxed{5}$(3)と同じ

(3)



← 最短経路と思えばよい

対称 14

$$28\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{7}{256}\,//$$

$\boxed{15}$

(1) $\boxed{}$ A

2勝2敗
2勝1敗1分
2勝2分

$${}_4C_2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 2+\frac{4!}{2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{3}$$

$$=\frac{12+12}{3^5}=\frac{8}{81}\,//$$

(2) $\boxed{}$ A

2勝2敗1分
2勝1敗2分
2勝3分

$$\frac{5!}{2!\,2!}\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + {}_5C_2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{60+10}{3^6} = \frac{70}{729}$$

(3) i) 3勝0敗

ii) 3勝1敗

iii) 3勝2敗

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 + {}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} + {}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{8}{81}$$