

## 高3数学β 2017スタンダード演習 11.集合と論証

### 1 [2003 昭和薬科大]

次の命題について以下の(ア), (イ)に答えよ (ただし  $x, y$  は実数,  $m, n$  は整数とする).

- (A)  $|x| < 1$  ならば,  $x^2 < 1$  である.
- (B)  $m$  が 4 の倍数ならば,  $m$  は 2 の倍数である.
- (C)  $x > y$  ならば,  $x^2 > y^2$  である.
- (D)  $mn$  が 6 の倍数ならば,  $m$  または  $n$  は 6 の倍数である.

(ア) 命題が真であるものは  である. (記号で答えよ)

(イ) 命題の逆が偽であるものは  である. (記号で答えよ)

### 2 [2001 神戸女学院大]

次の条件  $p, q$  に対し,  $p$  は  $q$  の必要条件か, 十分条件か, 必要十分条件か, そのいずれでもないかを答えよ.

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| (1) $p : b^2 - 4ac > 0$     | $q : ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ が実数解をもつ |
| (2) $p : x^2 + y^2 < 1$     | $q :  x  +  y  < 1$                          |
| (3) $p$ : 命題 $r$ が真である      | $q$ : 命題 $r$ の逆が真である                         |
| (4) $p$ : $a$ が 3 の倍数である    | $q$ : $a$ の平方が 3 の倍数である (ただし, $a$ は整数)       |
| (5) $p :  a+b  <  a  +  b $ | $q : ab > 0$                                 |

### 3 [2007 公立はこだて未来大]

$a \geqq 0, b \geqq 0$  のとき,  $a \leqq b$  と  $a^2 \leqq b^2$  とは互いに同値であることを示せ。

### 4 [2014 東北学院大]

次の命題の真偽を調べ, 真であるときは証明を与え, 偽であるときは反例をあげよ。ただし,  $m, n$  は自然数とする。

- (1)  $n^2$  が 4 の倍数ならば,  $n$  は 4 の倍数である。
- (2)  $m^2 + n^2$  が偶数ならば,  $m + n$  は偶数である。

### 5 [2005 明治大]

- (1) (A)  $\sqrt{2}$  が無理数であることを証明せよ。  
(B) 実数  $\alpha$  が  $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$  を満たすとき,  $\alpha$  が無理数であることを証明せよ。
- (2) (A)  $n$  を自然数とするとき,  $n^3$  が 3 の倍数ならば,  $n$  は 3 の倍数になることを証明せよ。  
(B)  $\sqrt[3]{3}$  が無理数であることを証明せよ。

## 高3数学β 2017スタンダード演習 11.集合と論証

---

6 [2011 福井県立大]

$a, b, c, d$  を有理数,  $x$  を無理数とするとき,

「 $a + bx = c + dx$  ならば,  $a = c$ かつ $b = d$ 」

が成り立つことを証明せよ。