

1 [2003 昭和薬科大]

次の命題について以下の (ア), (イ) に答えよ (ただし x, y は実数, m, n は整数とする).

- (A) $|x| < 1$ ならば, $x^2 < 1$ である.
 (B) m が 4 の倍数ならば, m は 2 の倍数である.
 (C) $x > y$ ならば, $x^2 > y^2$ である.
 (D) mn が 6 の倍数ならば, m または n は 6 の倍数である.

(ア) 命題が真であるものは である. (記号で答えよ)

(イ) 命題の逆が偽であるものは である. (記号で答えよ)

2 [2001 神戸女学院大]

次の条件 p, q に対し, p は q の必要条件か, 十分条件か, 必要十分条件か, そのいずれでもないかを答えよ.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| (1) $p: b^2 - 4ac > 0$ | $q: ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) が実数解をもつ |
| (2) $p: x^2 + y^2 < 1$ | $q: x + y < 1$ |
| (3) $p: \text{命題 } r \text{ が真である}$ | $q: \text{命題 } r \text{ の逆が真である}$ |
| (4) $p: a$ が 3 の倍数である | $q: a$ の平方が 3 の倍数である (ただし, a は整数) |
| (5) $p: a + b < a + b $ | $q: ab > 0$ |

3 [2007 公立はこだて未来大]

$a \geq 0, b \geq 0$ のとき, $a \leq b$ と $a^2 \leq b^2$ とは互いに同値であることを示せ.

4 [2014 東北学院大]

次の命題の真偽を調べ, 真であるときは証明を与え, 偽であるときは反例をあげよ. ただし, m, n は自然数とする.

- (1) n^2 が 4 の倍数ならば, n は 4 の倍数である.
 (2) $m^2 + n^2$ が偶数ならば, $m + n$ は偶数である.

5 [2005 明治大]

- (1) (A) $\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ.
 (B) 実数 α が $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$ を満たすとき, α が無理数であることを証明せよ.
 (2) (A) n を自然数とすると, n^3 が 3 の倍数ならば, n は 3 の倍数になることを証明せよ.
 (B) $\sqrt[3]{3}$ が無理数であることを証明せよ.

6 [2011 福井県立大]

a, b, c, d を有理数, x を無理数とすると,

「 $a + bx = c + dx$ ならば, $a = c$ かつ $b = d$ 」

が成り立つことを証明せよ。