

## 高3数学α 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

### 1 [2001 香川大]

- (1)  $|z+3|=|z+1|$  を満たす複素数  $z$  の全体は、複素数平面上でどんな図形を描くかを調べ、図示せよ.
- (2)  $|z-2|=2|z+1|$  を満たす複素数  $z$  の全体は、複素数平面上でどんな図形を描くかを調べ、図示せよ.
- (3)  $|z+3|=|z+1|=\frac{|z-2|}{2}$  を満たす複素数  $z$  を求めよ.

### 2 [2016 法政大]

- (1)  $|2+3i|$  の値を求めよ.
- (2)  $|z+2-i|=4$  を満たす複素数平面上の点  $z$  は、ある円上の点となる。円の中心と半径を求めよ.
- (3)  $2|z-2-i|=|z-2-4i|$  を満たす複素数平面上の点  $z$  は、ある円上の点となる。円の中心と半径を求めよ.

### 3 [2001 島根大]

- (1) 複素数平面において、条件  $|z+3-\sqrt{3}i|=\sqrt{2}|z+2-\sqrt{3}i|$  を満たす点  $z$  はどのような図形を描くか.
- (2) (1) で求めた図形を  $C$  とする. 点  $z$  が図形  $C$  上を動くとき、 $z$  の絶対値  $|z|$  の値の範囲と  $z$  の偏角  $\theta$  の範囲をそれぞれ求めよ. ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  とする.

### 4 [2000 山形大]

複素数平面において、三角形の頂点  $O, A, B$  を表す複素数をそれぞれ  $0, \alpha, \beta$  とするとき、次の問いに答えよ.

- (1) 線分  $OA$  の垂直二等分線上の点を表す複素数  $z$  は、 $\overline{\alpha}z + \alpha\overline{z} - \alpha\overline{\alpha} = 0$  を満たすことを示せ.
- (2)  $\triangle OAB$  の外心を表す複素数を  $\alpha, \overline{\alpha}, \beta, \overline{\beta}$  を用いて表せ.
- (3)  $\triangle OAB$  の外心を表す複素数が  $\alpha + \beta$  となるときの  $\frac{\beta}{\alpha}$  の値を求めよ.

### 5 [2001 九州大]

複素数平面上の点  $z$  を考える.

- (1) 実数  $a, c$  と複素数  $b$  が  $|b|^2 - ac > 0$  を満たすとき、 $az\overline{b} + \overline{b}z + b\overline{z} + c = 0$  を満たす点  $z$  は  $a \neq 0$  のとき、どのような図形を描くか. ただし、 $\overline{z}$  は  $z$  に共役な複素数を表す.
- (2)  $0$  でない複素数  $d$  に対して、 $dz(\overline{z}+1) = \overline{d}\overline{z}(z+1)$  を満たす点  $z$  はどのような図形を描くか.

## 高3数学α 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

6 [1996 東京理科大]

複素数平面上の3点  $O(0)$ ,  $A(2i)$ ,  $B(5+i)$  を通る円の半径を求めよ.

7 [1997 愛知工業大]

複素数平面上の3点  $1, i, 2+\sqrt{5}+2i$  を通る円を表す式は  である.

8 [1996 日本大]

複素数  $z = a + bi$  ( $a, b$  は実数) が不等式  $2 \leq z + \frac{16}{z} \leq 10$  を満たすとき, 点  $(a, b)$  の存在する範囲を図示せよ.

9 [1999 早稲田大]

複素数  $z$  が  $|z-1|=2$  を満たすとき, 複素数  $w = iz+3$  で表される点  $P(w)$  は, どのような図形を描くか.

10 [2003 大分大]

複素数平面上の2点を  $A(-1+i)$ ,  $B(2+i)$  とするとき

- (1) 線分  $AB$  を1辺とする正三角形  $ABC$  の頂点  $C(\gamma)$  を表す複素数  $\gamma$  を求めよ.
- (2) 点  $P(z)$  が線分  $AB$  上を  $A$  から  $B$  まで動く. このとき複素数  $iz^2$  が表す点は, 複素数平面上でどのような図形をえがくか図示せよ.

11 [2017 早稲田大]

$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$  とおき, 複素数  $1, \alpha, \overline{\alpha}$  に対応する複素数平面上の点をそれぞれ  $P, Q, R$  とする.

- (1) 直線  $PQ$  は複素数  $\beta$  を用いて方程式  $\beta z + \overline{\beta} \overline{z} + 1 = 0$  で表される. この  $\beta$  を求めよ.
- (2) 点  $z$  が直線  $PQ$  上を動くとき, 点  $w = \frac{1}{z}$  が描く複素数平面上の図形を求めよ.
- (3) 点  $z$  が三角形  $PQR$  の周および内部を動くとき, 点  $w = \frac{1}{z}$  の動く範囲を複素数平面上に図示し, その面積を求めよ.

## 高3数学α 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

12 [2018 兵庫県立大]

複素数平面上で、原点を中心とする半径1の円を  $C$  とする。

(1)  $0 < |z| < 1$  とし、 $C$  上の相異なる2点  $\alpha, \beta$  を結ぶ線分の midpoint が  $z$  に等しいとする。

このとき  $\alpha, \beta$  を  $z$  を用いて表せ。

(2) (1) で求めた  $\alpha, \beta$  における円  $C$  の接線をそれぞれ  $\ell, m$  とする。 $\ell$  と  $m$  の交点を  $w$  とするとき、 $w$  を  $z$  を用いて表せ。

(3) 点  $z$  は点  $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$  と点  $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$  を結ぶ線分上を動く。ただし、両端の点  $\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

は除く。このとき、(2) で求めた点  $w$  が描く曲線を図示せよ。

13 [2016 弘前大]

2つの複素数  $w, z$  が  $w = \frac{iz}{z-2}$  を満たしているとする。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(1) 複素数平面上で、点  $z$  が原点を中心とする半径2の円周上を動くとき、点  $w$  はどのような図形を描くか。ただし、 $z \neq 2$  とする。

(2) 複素数平面上で点  $z$  が虚軸上を動くとき、点  $w$  はどのような図形を描くか。

(3) 複素数平面上で点  $w$  が実軸上を動くとき、点  $z$  はどのような図形を描くか。

14 [2017 千葉大]

複素数平面上の点  $z \left( z \neq -\frac{i}{2} \right)$  に対して、 $w = \frac{z+2i}{2z+i}$  とする。

(1) 点  $z$  が原点を中心とする半径1の円周上を動くとき、点  $w$  の描く図形を求めよ。

(2) 点  $z$  が点  $\alpha$  を中心とする半径1の円周上を動くとき、点  $w$  は原点を中心とする半径  $r$  の円周を描く。このような  $r$  と  $\alpha$  の組をすべて求めよ。

15 [1998 長崎総合科学大]

$z$  を複素数とし、複素数平面上に3つの領域  $\frac{z+\bar{z}}{2} \geq 0 \dots\dots ①, \frac{z-\bar{z}}{2i} \geq 0 \dots\dots ②,$

$\frac{z}{1+i} + \frac{\bar{z}}{1-i} \geq 1 \dots\dots ③$  が与えられている。ただし、 $\bar{z}$  は  $z$  の共役複素数とする。

(1) ①, ② を同時に満たす点  $z$  の存在する範囲を複素数平面上に図示せよ。

(2) ①, ②, ③ を同時に満たす点  $z$  の存在する範囲を複素数平面上に図示せよ。

(3) 点  $z$  が ①, ②, ③ を同時に満たす範囲を動くとき、点  $w = \frac{z+2i}{z}$  の存在する範

囲を複素数平面上に図示せよ。

## 高3数学Ⅱ 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

---

16 [2000 山口大]

- (1)  $z + \frac{1}{z}$  が実数となり，不等式  $-2 \leq z + \frac{1}{z} \leq 2$  を満たすような複素数  $z$  を表す複素数平面上の点の集合を式で表せ．
- (2) 複素数  $z$  が等式  $|z| = 2$  を満たすとき，複素数平面上で複素数  $w = z + \frac{1}{z}$  を表す点で囲まれた図形の面積を求めよ．