

## 高3数学α 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

---

1 [2004 日本女子大]

複素数  $z$  が  $|z-1|=|z+i|$ ,  $2|z-i|=|z+2i|$  をともに満たすとき,  $z$  の値を求めよ.

2 [2003 芝浦工業大]

複素数  $z$  が  $|z+3-4i|=2$  を満たすとき,  $|z|$  の最大値と最小値を求めよ.

3 [1999 和歌山県立医科大]

複素数平面上において, 複素数  $z$  は原点を通らない直線上を動くものとする. このとき,  $z$  はある複素数  $\alpha$  に対して,  $\overline{\alpha}z + \alpha\overline{z} + 1 = 0$  を満たすことを示せ.

4 [1997 図書館情報大]

- (1) 複素数平面上で  $z=0$  を通り, 中心が  $\alpha$  の円の方程式は  $z\overline{z} = \alpha\overline{z} + \overline{\alpha}z$  で与えられることを示せ. ただし,  $\overline{z}$  は  $z$  に共役な複素数である.
- (2) 2点  $z=0, 1$  を通る円の中心  $\alpha$  はどのような条件を満たすか.  $\alpha$  についての式を示し, 図形的な意味を述べよ.
- (3) 3点  $z=0, 1, \beta$  を通る円の中心  $\alpha$ , および, その円の方程式を求めよ. ただし,  $\beta$  は実数ではないとする.

5 [2000 熊本大]

0でない複素数  $z$  に対して,  $w = z + \frac{1}{z}$  とおくとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $w$  が実数となるための  $z$  の満たす条件を求め, この条件を満たす  $z$  全体の図形を複素数平面上に図示せよ.
- (2)  $w$  が実数で  $1 \leq w \leq \frac{10}{3}$  を満たすとき,  $z$  の満たす条件を求め, この条件を満たす  $z$  全体の図形を複素数平面上に図示せよ.

## 高3数学α 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

6 [1998 青山学院大]

複素数  $\alpha = a + bi$  ( $a, b$  は実数) と  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  の積は  $-1 + \sqrt{3}i$  であるとする. このとき

$a = \boxed{\phantom{00}}, b = \boxed{\phantom{00}}$  である. この  $\alpha$  と複素数  $z$  に対して  $w = \alpha z$  とおく. 複素数平面上で,  $z$  を表す点が  $\sqrt{3} - i$  を表す点を中心とする半径 1 の円上を動くとき,  $w$  は  $\boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}}i$  を表す点を中心とする半径  $\boxed{\phantom{00}}$  の円上を動く.

7

複素数平面上で点  $P(z)$  が原点と 2 点  $A(1), B(i)$  を頂点とする三角形の周上を動くとき,  $w = z^2$  を満たす点  $Q(w)$  が描く図形を図示せよ.

8 [2017 東京大]

複素数平面上の原点以外の点  $z$  に対して,  $w = \frac{1}{z}$  とする.

- (1)  $\alpha$  を 0 でない複素数とし, 点  $\alpha$  と原点  $O$  を結ぶ線分の垂直二等分線を  $L$  とする. 点  $z$  が直線  $L$  上を動くとき, 点  $w$  の軌跡は円から 1 点を除いたものになる. この円の中心と半径を求めよ.
- (2) 1 の 3 乗根のうち, 虚部が正であるものを  $\beta$  とする. 点  $\beta$  と点  $\beta^2$  を結ぶ線分上を点  $z$  が動くときの点  $w$  の軌跡を求め, 複素数平面上に図示せよ.

9 [2016 北海道大]

複素数平面上の 2 点  $P(z), Q(w)$  が次の 2 つの条件を満たすとする. ただし,  $O(0)$  は原点である.

- ・線分  $OP$  の長さと線分  $OQ$  の長さが 1 に等しい.
- ・ $O$  を端とする半直線  $OP$  上に  $Q$  がある.

- (1)  $z$  を  $w$  を用いて表せ.
- (2) 点  $A(1-i)$  を中心とする半径  $\sqrt{2}$  の円から  $O$  を除いた曲線の上を  $P$  が動くとき,  $Q$  の軌跡を図示せよ. ただし,  $i$  は虚数単位である.
- (3)  $r > 0$  とし,  $\beta$  を絶対値  $|\beta|$  が  $r$  に等しくない複素数とする.  $P$  が点  $B(\beta)$  を中心とする半径  $r$  の円上を 1 周するとき,  $Q$  の軌跡を求めよ.

## 高3数学Ⅱ 数学Ⅲスタ演 2.複素数と図形(2)

---

10 [2000 名古屋市立大]

2つの複素数  $z$  と  $w$  との間に、 $w = \frac{z+i}{z+1}$  なる関係がある。ただし、 $z+1 \neq 0$ 、 $i$  は虚数単位とする。

- (1)  $z$  が複素数平面上の虚軸を動くとき、 $w$  の軌跡を求め、図示せよ。
- (2)  $z$  が複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、 $w$  の軌跡を求め、図示せよ。

11 [2001 姫路工業大]

複素数  $w$  に対して、 $z = w + \frac{2}{w}$  とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $w = \cos \theta + i \sin \theta$  のとき、 $z$  の実部  $x$  と虚部  $y$  を求めよ。
- (2)  $w = \cos \theta + i \sin \theta$  で  $\theta$  が  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  の範囲を動くとき、 $z$  の描く複素数平面上の曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。