

1枚の硬貨を6回投げるとき、少なくとも1回は表が出て、2回以上続けて表が出ない確率は<sup>ア</sup>である。また、2回以上続けて表が出る確率は<sup>イ</sup>である。

(16 福岡大)

(解説)

(ア) 表を○、裏を×とする

少なくとも1回は表が出て、2回以上続けて表が出ないとき

(i) 表が1回

$${}_6C_1 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{32}$$

(ii) 表が2回

まず、×を4個並べ、その間と両端の5か所に2個の○を1つずつ並べればよいから

↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘ ↙

$$\frac{{}^5C_2}{2^6} = \frac{5}{32}$$

(iii) 表が3回

まず、×を3個並べ、その間と両端の4か所に3個の○を1つずつ並べればよいから

↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘ ↙

$$\frac{{}^4C_3}{2^6} = \frac{2}{32}$$

(i)～(iii)は互いに排反であるから、求める確率は

$$\frac{3}{32} + \frac{5}{32} + \frac{2}{32} = \frac{5}{16}$$

(イ)(2回以上続けて表が出る)=1-(2回以上続けて表が出ない)

2回以上続けて表が出ないのは

(i) 表が1回も出ない

(ii) 少なくとも1回は表が出るが、2回以上続けて表が出ない  
よって、2回以上続けて表が出る確率は

$$1 - \left( \frac{1}{64} + \frac{5}{16} \right) = \frac{43}{64}$$

(別解)

表を○、裏を×、どちらでもよいを△、\*を審議とすると

2回以上続けて表が出るのは、

2回以上続けて表が出るのがどこから始まるかで場合分けして

○○△△△△

×○○△△△△

△×○○△△△

\* \* ×○○△△△

\* \* \* ×○○○○

\*\*\*×○○△の場合、2回以上続けて○のスタートが4回目なので、

\*\*\*に○○はこれない。\*\*\*にこれるのは、○○以外の3通り

同様に、\*\*\*×○○の場合、\*\*\*にこれるのは、

○×○、○××、×○×、××○、×××の5通り

よって、求める確率は、

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{43}{64}$$

別解 漸化式を利用

$n$ 回投げたとき、2回以上表が続けて出ない出方を  $a_n$  通りとすると

$n+2$ 個を並べたとき、×の後は何がきてもよいので

○×(  $n$  個 ) →  $a_n$  通り

×(  $n+1$  個 ) →  $a_{n+1}$  通り

これらは排反であるので

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

$a_1 = 2, a_2 = 3$  より

$$a_3 = 5, a_4 = 8, a_5 = 13, a_6 = 21$$

よって、求める確率は

$$1 - \frac{21}{2^6} = \frac{43}{64}$$