

1枚の硬貨を6回投げるとき、少なくとも1回は表が出て、2回以上続けて表が出ない確率は<sup>ア</sup>である。また、2回以上続けて表が出る確率は<sup>イ</sup>である。

(16 福岡大)

解説

(ア) 表を○、裏を×とする

少なくとも1回は表が出て、2回以上続けて表が出ないとき

(i) 表が1回

$${}_6C_1 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{32}$$

(ii) 表が2回

まず、×を4個並べ、その間と両端の5か所に2個の○を1つずつ並べればよいから

$\begin{array}{ccccccccc} & \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee \\ & \times & & \times & & \times & & \times & & \times \end{array}$

$$\frac{{}_5C_2}{2^6} = \frac{5}{32}$$

(iii) 表が3回

まず、×を3個並べ、その間と両端の4か所に3個の○を1つずつ並べればよいから

$\begin{array}{ccccccc} & \vee & & \vee & & \vee & & \vee \\ & \times & & \times & & \times & & \times \end{array}$

$$\frac{{}_4C_3}{2^6} = \frac{2}{32}$$

(i)～(iii)は互いに排反であるから、求める確率は

$$\frac{3}{32} + \frac{5}{32} + \frac{2}{32} = \frac{\text{ア } 5}{16}$$

(イ) (2回以上続けて表が出る) = 1 - (2回以上続けて表が出ない)

2回以上続けて表が出ないのは

(i) 表が1回も出ない

(ii) 少なくとも1回は表が出るが、2回以上続けて表が出ない

よって、2回以上続けて表が出る確率は

$$1 - \left(\frac{1}{64} + \frac{5}{16}\right) = \frac{\text{イ } 43}{64}$$

別解

表を○、裏を×、どちらでもよいを△、\*を審議とすると

2回以上続けて表が出るのは、

2回以上続けて表が出るのがどこから始まるかで場合分けして

○○△△△△

×○○△△△

△×○○△△

\*××○○△

\*×××○○

※※×○○△の場合、2回以上続けて○のスタートが4回目なので、

※※に○○はこれない。※※にこれるのは、○○以外の3通り

同様に、※※※×○○の場合、※※※にこれるのは、

○×○, ○××, ×○×, ××○, ×××の5通り

よって、求める確率は、

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{43}{64}$$

**別解** 漸化式を利用

$n$  回投げたとき、2回以上表が続けて出ない出方を  $a_n$  通りとすると

$n+2$  個を並べたとき、×の後は何がきてもよいので

○×(  $n$  個 )  $\rightarrow a_n$  通り

×(  $n+1$  個 )  $\rightarrow a_{n+1}$  通り

これらは排反であるので

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

$a_1 = 2, a_2 = 3$  より

$$a_3 = 5, a_4 = 8, a_5 = 13, a_6 = 21$$

よって、求める確率は

$$1 - \frac{21}{2^6} = \frac{43}{64}$$