漸化式演習　1.等差･等比･階差･階比型

$\boxed{1}$ [摂南大]

$a_1=1, 5a_na_{n+1}=a_n-a_{n+1}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の a_2, a_3 の値を求めよ．また， a_n を n で表せ.

$\boxed{2}$ [2012 防衛医科大学校]

$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3a_n+1}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ と定められる数列 $\{a_n\}$ の第 50 項を求めよ。

$\boxed{3}$ [2013 室蘭工業大]

p，q を整数とし，$p>0$ とする。

数列 $\{a_n\}$ は $a_1=36$，$a_{n+1}=a_n+2pn+q$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を満たすとする。

(1)　a_n を p，q，n を用いて表せ。

(2)　$a_4>0$ かつ $a_5<0$ とする。このとき，p，q の値を求めよ。

(3)　(2) の条件のもとで，$a_n<0$ を満たす n の値をすべて求めよ。

$\boxed{4}$ [2011 室蘭工業大]

数列 $\{a_n\}$ が次の条件を満たすとする。

$$a_1=1,\quad a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{1}{3^n}\quad (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(1)　$b_n=2^na_n$ とおくとき，$b_{n+1}-b_n$ を n を用いて表せ。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{5}$ [1996 山口大]

$a_1=1, a_n-a_{n+1}=(n+1)a_na_{n+1}, a_n\fallingdotseq 0\ (n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，

(1)　一般項 a_n を求めよ.

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k+2}$ を求めよ.

$\boxed{6}$ [2009 津田塾大]

次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=8,\quad a_n=\frac{a_{n-1}}{(n-1)a_{n-1}+1}\quad (n=2, 3, \cdots\cdots)$$

$\boxed{7}$ [2011 中央大]

数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=1$ であり，漸化式

$$a_{n+1}=\frac{2}{n+1}a_n+\frac{1}{(n+1)!}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとする。以下の問いに答えよ。

(1)　a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2)　$b_n=\dfrac{n!}{2^n}a_n$ とおき，b_{n+1} を b_n で表せ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{8}$ [千葉大]

数列 $\{a_n\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ は次の関係を満たしている．

$$a_1=1,\ 3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)=(n+2)a_n$$

(1) $na_{n+1}=(n+2)a_n$ が成り立つことを示せ．

(2) 一般項 a_n を求めよ．

(3) $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{a_n}$ を求めよ．

$\boxed{9}$ [2007 早稲田大]

数列 $\{a_n\}$ が次の条件を満たしている。

$$\begin{cases} a_1=99900 \\ n\geqq 2 \text{ のとき，} a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n=n^2a_n \end{cases}$$

このとき，a_{999} を求めよ。

$\boxed{10}$ [2016 芝浦工業大]

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\frac{3(n+1)}{n}a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

このとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ ${}^{ア}\boxed{}$ である。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_n=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

漸化式演習　1.等差･等比･階差･階比型

$\boxed{11}$ [2008 明治大]

数列 a_1，a_2，a_3，……，a_n，…… が，関係式 $\sum_{k=1}^{n} a_k = 1 - \frac{1}{n} a_n$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1)　a_1，a_2，a_3 を求めよ。

(2)　$a_n = \frac{n}{n^2-1} a_{n-1}$ $(n \geqq 2)$ を満たすことを証明せよ。

(3)　一般項 a_n を求めよ。