漸化式演習　4.3項間漸化式

$\boxed{1}$ [2009 早稲田大]

条件 $a_1=1$，$a_2=2$，$3a_{n+2}-5a_{n+1}+2a_n=0$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　第 3 項 a_3 を求めよ。

(2)　$b_n=a_{n+1}-a_n$ とおくとき，b_{n+1} を b_n の式で表せ。

(3)　一般項 a_n を n の式で表せ。

$\boxed{2}$ [1999 室蘭工業大]

数列 $\{a_n\}$ は，すべての自然数 n について $a_n \fallingdotseq 0$，$3a_n \fallingdotseq 2a_{n+1}$ かつ

$a_{n+2}=\dfrac{a_na_{n+1}}{3a_n-2a_{n+1}}$ を満たす．$a_1=1$，$a_2=a$ とするとき，一般項 a_n を求めよ．

$\boxed{3}$ [1996 新潟大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=2, a_2=4, a_{n+2}=\dfrac{(a_{n+1})^3}{(a_n)^2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ と定義されている．

また，$b_n=\log_2 a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ とおく．

(1)　b_{n+2} を b_{n+1} と b_n で表せ．

(2)　$b_{n+1}-b_n$ を n で表せ．

(3)　一般項 a_n を求めよ．

$\boxed{4}$ [2014 北海道大]

次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1=1，a_2=1，a_{n+2}=a_{n+1}+3a_n \quad (n=1，2，3，\cdots\cdots)$$

(1)　以下が成立するように，実数 s，t $(s>t)$ を定めよ。

$$\begin{cases} a_{n+2}-sa_{n+1}=t(a_{n+1}-sa_n) \\ a_{n+2}-ta_{n+1}=s(a_{n+1}-ta_n) \end{cases} \quad (n=1，2，3，\cdots\cdots)$$

(2)　一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{5}$ [2007 東京理科大]

数列 $\{L_n\}$ を $L_0=2$，$L_1=1$，$L_{n+1}=L_n+L_{n-1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定める。

(1)　漸化式 $L_{n+1}=L_n+L_{n-1}$ を，実数 α，β $(\alpha>\beta)$ を用いて，

$$L_{n+1}-\beta L_n=\alpha(L_n-\beta L_{n-1})\quad\cdots\cdots ①$$
$$L_{n+1}-\alpha L_n=\beta(L_n-\alpha L_{n-1})\quad\cdots\cdots ②$$

と表すとき，α と β を解とする 2 次方程式を，α と β を含まない形で求めよ。

なお，2 次方程式の変数として x を用いよ。

(2)　数列 $\{L_n\}$ の一般項 L_n を n の式で表せ。

(3)　n が負でない整数のとき，$(L_n)^2-L_{2n}$ の値を求めよ。

(4)　正の奇数 n に対して，次の条件 (A) を考える。

$$(\mathrm{A})\quad\begin{cases}\text{不等式 } L_{2n}\leqq p^2\leqq L_{2n+2} \text{ を満たす正の整数 } p \text{ が}\\ \text{ちょうど 17 個存在する。}\end{cases}$$

条件 (A) を満たす正の奇数 n の値を求め，更に，その n に対して，不等式 $L_{2n}\leqq p^2\leqq L_{2n+2}$ を満たす正の整数 p の最小数を求めよ。

$\boxed{6}$ [2014 東京理科大]

数列 $\{a_n\}$ に関して，次の問いに答えよ。

(1)　$a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n+5\cdot 3^n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ のとき，a_n を n の式で表すと

$a_n=$ ア$\boxed{}\cdot 3^n-$ イ$\boxed{}\cdot 2^n$ である。

(2)　$a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}+10a_{n+1}+25a_n=0$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ のとき，

$\alpha=$ ウ$\boxed{}$，$\beta=-$ エ$\boxed{}$ に対して，$a_{n+2}+\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}+\alpha a_n)$ が成り立つ。

さらに，数列 $\{b_n\}$ を $b_n=a_{n+1}+\alpha a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ と定めれば，

$b_n=$ オ$\boxed{}\cdot(-5)^{n-1}$ である。したがって，a_n を n の式で表すと

$a_n=\dfrac{\text{カ}\boxed{}}{\text{キ}\boxed{}}\cdot n\cdot(-5)^n-\dfrac{\text{ク}\boxed{}}{\text{ケ}\boxed{}}\cdot(-5)^n$ である。

$\boxed{7}$ [2018 兵庫県立大]

数列 $\{a_n\}$ を $a_1=1$，$a_2=3$，$a_{n+2}-4a_{n+1}+4a_n=1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ と定める。

(1)　$b_n=a_{n+1}-2a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくとき，b_n を求めよ。

(2)　a_n を求めよ。

$\boxed{8}$［2015 岡山大］

数列 $\{a_n\}$ は，関係式

$$a_1=1,\ a_2=2,\ a_{n+2}-4a_{n+1}+3a_n=1 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとする。$b_n=a_{n+1}-a_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1)　b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。